UNIVERSIDAD DE ORIENTE
NÚCLEO DE BOLÍVAR

GUÍA DE EJERCICIOS PARA EL DESARROLLO DEL CONOCIMIENTO EN LA MATERIA MATEMÁTICAS I DE LA UNIVERSIDAD DE ORIENTE EN LAS CARRERAS DE INGENIERÍA Y CIENCIAS AFINES.

Preparado por:
Prof. José Gregorio Páez Veracierta.

Ciudad Bolívar, Enero de 2006

INTRODUCCIÓN.

La presente recopilación de ejercicios está diseñada para motivar al estudiante de ingeniería a estudiar independientemente, desarrollando los problemas y comparando sus resultados con los mostrados en esta guía. Se han colocado intencionalmente algunos resultados erróneos para que de ésta manera el estudiante identifique donde están y los critique con propiedad con el profesor, utilizando para ello los horarios de consulta y la discusión directa en clase.

FUNCIONES

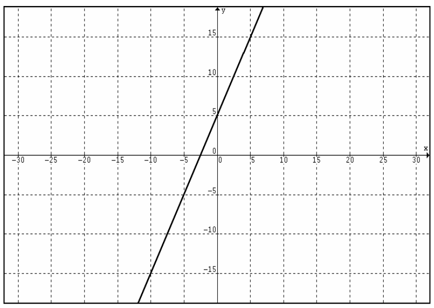
1.Trazar la gráfica de:

$a)\ y = 2x + 5$ $\qquad b)\ y = \dfrac{x}{2} + 3$ $\qquad c)\ y = 3x^2 + 2x + 1$

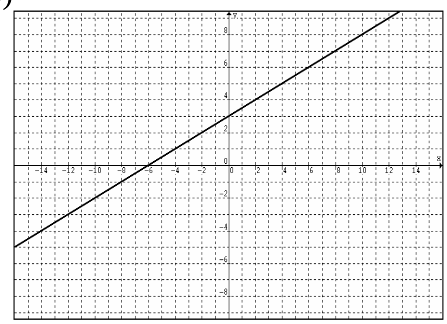
$d)\ y = x^2 - 2x + 5$ $\qquad e)\ y = \dfrac{x^2}{3} + 3x + 1$ $\qquad f)\ y = \sqrt{2}\,x^2 - 1$

R:

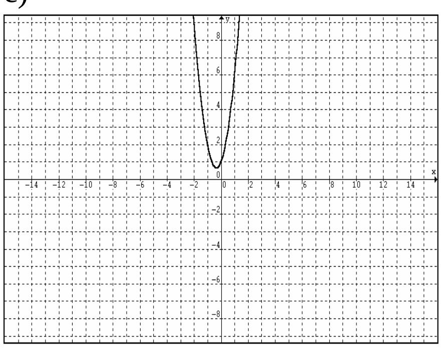
a)



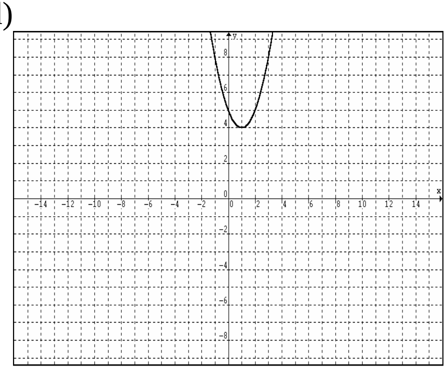
b)



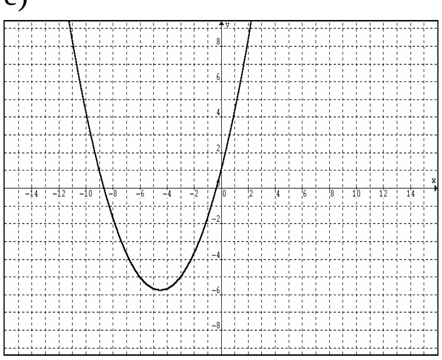
c)



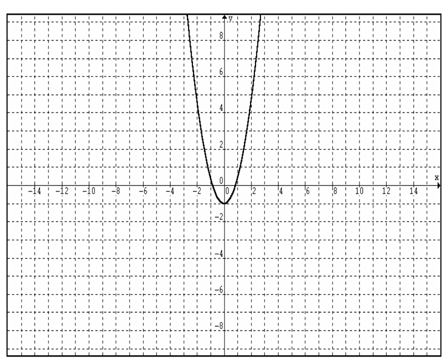
d)



e)



f)



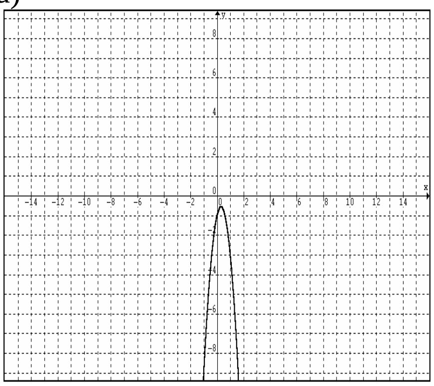
2. Trazar la gráfica de:

$a)\ y = -5x^2 + 3x - 1$ $\qquad b)\ y = -x^2 + 2x + 1$ $\qquad c)\ y = -2x^2 + 1$

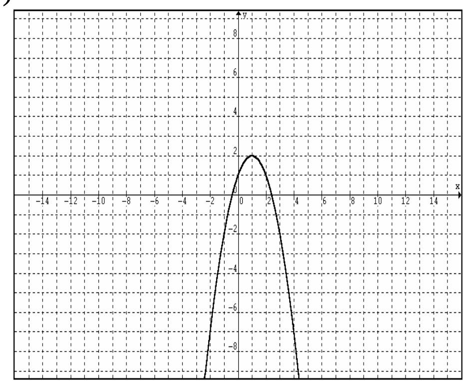
$d)\ y = \dfrac{-3x^3 + 2x^2 + x}{x}$ $\qquad e)\ y = -\sqrt{3}.x^2 - 2x$ $\qquad f)\ y = -x^2 + \dfrac{x}{2} + \dfrac{1}{2}$

R:

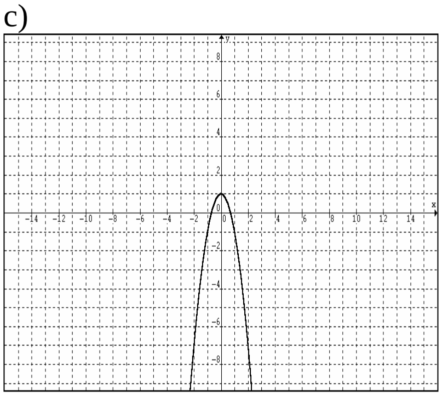
a)



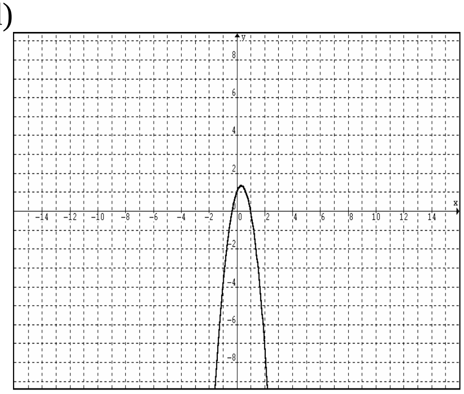
b)



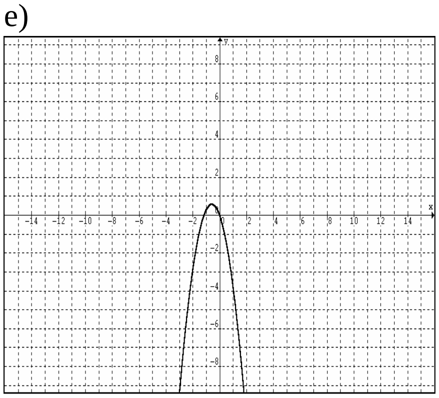
c)



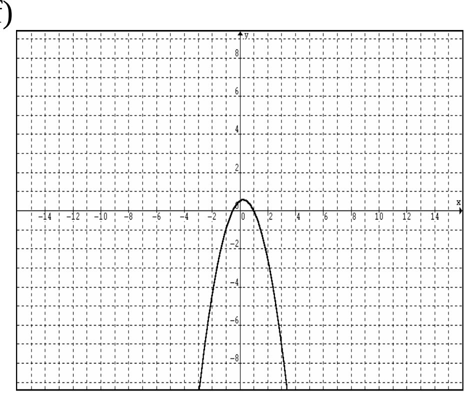
d)



e)



f)



3. Hallar los puntos de intersección entre:

$a)\ y = x + 1 \quad ; \quad y = 3x^2 - x + 1 \qquad R: (0,1) \quad (2/3,\ 5/3)$

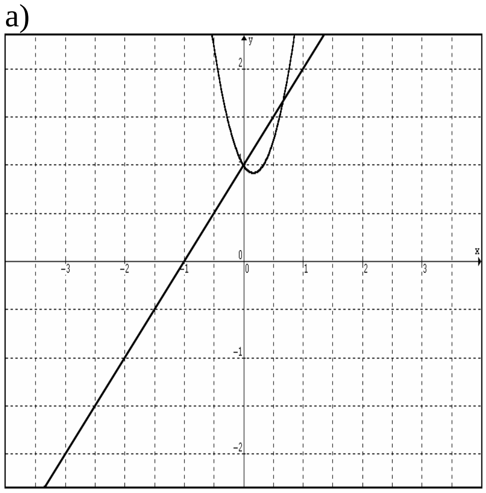
$b)\ y = \dfrac{x}{2} - 1 \quad ; \quad y = 3x + 2 \qquad R: (-6/5, -8/5)$

$c)\ y = 2x^2 - 5x + 1 \ ; \ y = 5x^2 - 1 \qquad R: (1/3, -4/9) \ (-2, 19)$

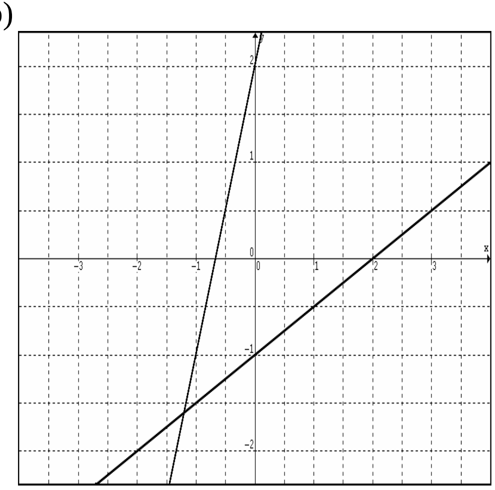
$d)\ y = x^2 + 1 \quad ; \quad y = -2x^2 - 2 \qquad R: No\ hay$

Gráficas:

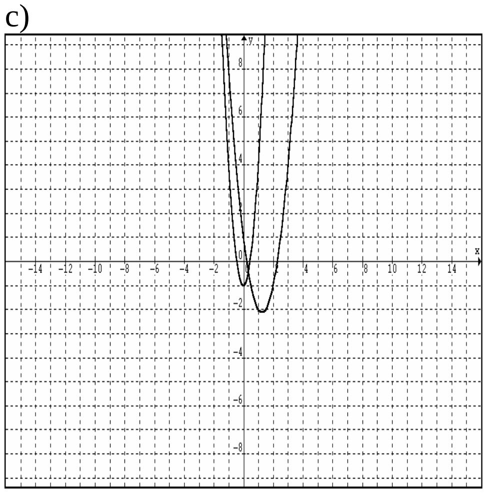
a)



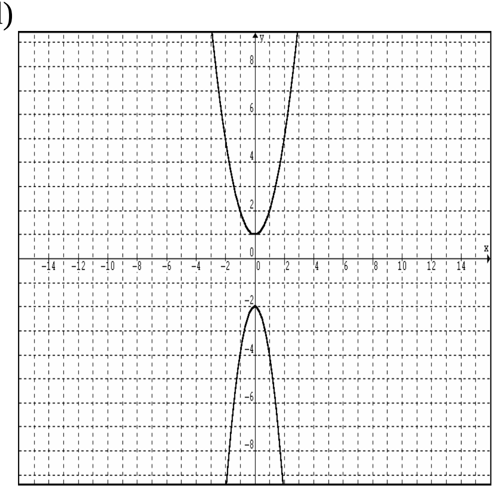
b)



c)



d)



4. Hallar el rango en forma gráfica y analítica de:

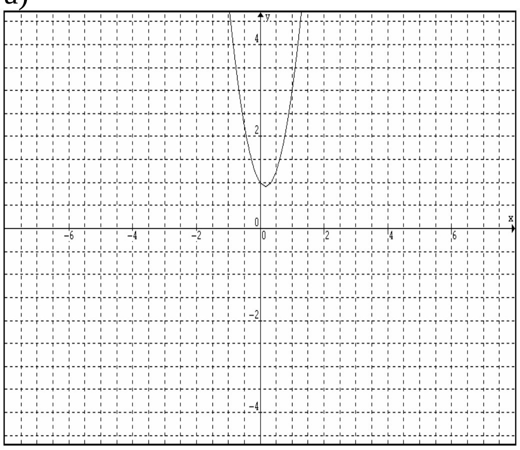
$a)\ \ y = 3x^2 - x + 1$ $\qquad R: [11/12, +\infty)$

$b)\ \ y = \dfrac{x^2}{2} - 3x$ $\qquad R: [-9/2, +\infty)$

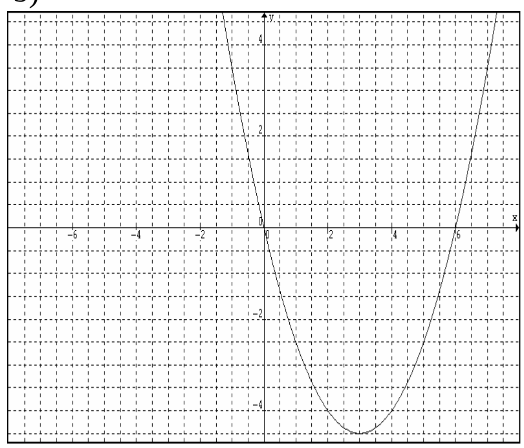
$c)\ \ y = -5x^2 + 3x + 1$ $\qquad R: (-\infty, 29/20]$

Gráficas:

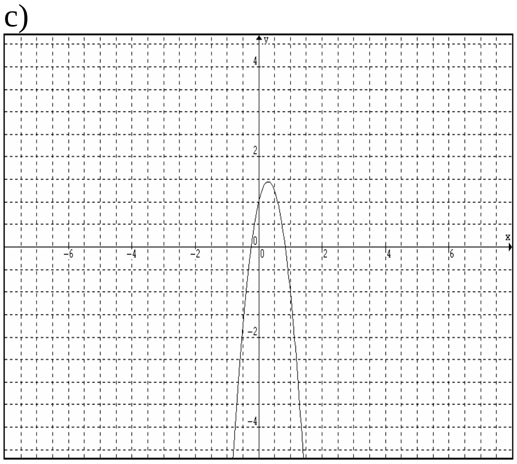
a)



b)



c)



5. Determinar el Rango de:

$a)\ \ y = -x^5$ $\qquad R: \mathbb{R}$

$b)\ \ y = -x^{10}$ $\qquad R: y \leq 0$

6. Determinar el dominio y rango de:

$a)\ y=\dfrac{x^2-16}{x+4}$ $\quad R: Dom: \mathbb{R}-\{-4\}\ \ Rango: \mathbb{R}-\{-8\}$

$b)\ y=\dfrac{(x-2)(2x^2+11x+15)}{(2x^2+x-10)}$ $\quad R: Dom: \mathbb{R}-\{-5/2, 2\}\ \ Rango: \mathbb{R}-\{5\}$

$c)\ y=\dfrac{2x-1}{x+3}$ $\quad R: Dom: \mathbb{R}-\{-3\}\ \ Rango: \mathbb{R}-\{2\}$

$d)\ y=\dfrac{1}{x-3}$ $\quad R: Dom: \mathbb{R}-\{3\}\ \ Rango: \mathbb{R}-\{0\}$

$e)\ y=\dfrac{1}{x^2}$ $\quad R: Dom: \mathbb{R}-\{0\}\ \ Rango: (0,+\infty)$

7. Encontrar las coordenadas del punto P que se halla en el segmento rectilíneo que une los puntos P1(1,3) y P2(6,2), y está tres veces más lejos de P1 que de P2. Sugerencia: *Use*

$$x=x_1+k(x_2-x_1) \qquad y \qquad y=y_1+k(y_2-y_1)$$

$$siendo\ k=\frac{|P_1P|}{|P_1P_2|}$$

R: (19/4, 9/4)

8. Encontrar la ecuación de la recta que pasa por el punto medio del segmento de extremos (1,1) y (-2,2), y es perpendicular a y = (-1/2)x + 5.

R: y = 2x +5/2

9. Hallar dominio y rango de:

$a)\ y=\sqrt{x+4}$ $\quad R: Dom: [-4,+\infty)\ \ Rango: [0,+\infty)$

$b)\ y=\sqrt{(x+1)^2}$ $\quad R: Dom: \mathbb{R}\ \ Rango: [0,+\infty)$

$c)\ y=\sqrt{x^2+2}$ $\quad R: Dom: \mathbb{R}\ \ Rango: (-\infty,-\sqrt{2}]\cup[\sqrt{2},+\infty)$

$d)\ y=\sqrt{x^2+5x+5}$ $\quad R: Dom: x\geq\sqrt{5/4}-5/2 \quad Rango: [0,+\infty)$

$x\leq-\sqrt{5/4}-5/2$

$e)\ y=\sqrt{6x^2-5x-4}$ $\quad R: Dom: x\geq\sqrt{121/144}+5/12 \quad Rango: [0,+\infty)$

$x\leq-\sqrt{121/144}+5/12$

10. Demuestre que las siguientes funciones, aún cuando son iguales operacionalmente, tienen diferentes dominios.

$f(x) = \sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}$ $\qquad\qquad$ $g(x) = \dfrac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}}$

R:

$$Para\ \ f(x)\ \ Dom:(-\infty,-1]\cup(1,+\infty)$$
$$Para\ \ g(x)\ \ Dom:(1,+\infty)$$

11. Hallar el dominio de:

$a)\ y = \sqrt{x(x-1)(x+2)}$ $\qquad R:[-2,0]\cup[1,+\infty)$

$b)\ y = \sqrt{(x-1)(x+2)x^2}$ $\qquad R:(-\infty,-2]\cup\{0\}\cup[1,+\infty)$

$c)\ y = \sqrt{(x+1)(x-2)(x+3)x}$ $\qquad R:(-\infty,-3]\cup[-1,0]\cup[2,+\infty)$

$d)\ y = \sqrt{(x-1)(x+2)(x-3)(x+1)}$ $\qquad R:(-\infty,-2]\cup[-1,1]\cup[3,+\infty)$

12. Determine dominio y rango de:

$a)\ \ y = |3x+2|$ $\qquad R: Dom:\mathbb{R}\ \ Rango:[0,+\infty)$

$b)\ \ y = \dfrac{1}{|x|}$ $\qquad R: Dom:\mathbb{R}-\{0\}\ \ Rango:(0,+\infty)$

$c)\ \ y = |1-x^3|$ $\qquad R: Dom:\mathbb{R}\ \ Rango:[0,+\infty)$

$d)\ \ y = |x|+|x-1|$ $\qquad R: Dom:\mathbb{R}\ \ Rango:[1,+\infty)$

$e)\ \ y = \left|\dfrac{x}{x+1}\right|$ $\qquad R: Dom:\mathbb{R}-\{-1\}\ \ Rango:[0,+\infty)$

$f)\ \ y = \left|\dfrac{2x+1}{x^2-1}\right|$ $\qquad R: Dom:\mathbb{R}-\{-1,1\}\ \ Rango:[0,+\infty)$

13. Analice dominio y rango, y construya la gráfica de:

$a)\ y = 2-\sqrt{2}\,Sgn(x-1)$ $\qquad R: Dom:\mathbb{R}\ \ Rango:\{2+\sqrt{2},\ 2\ ,2-\sqrt{2}\}$

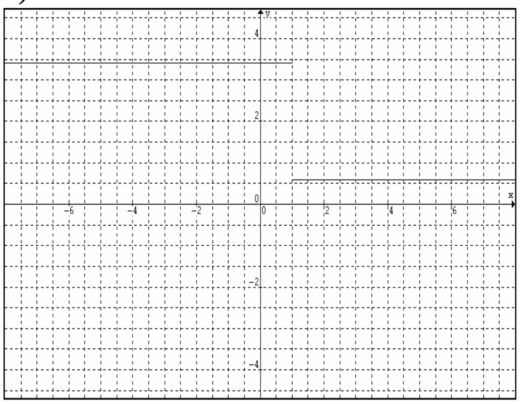
$b)\ y = \dfrac{5Sgn(x)}{2}$ $\qquad R: Dom:\mathbb{R}\ \ Rango:\{-5/2,\ 0,\ 5/2\}$

$c)\ y = |x|-Sgn(x-1)$ $\qquad R: Dom:\mathbb{R}\ \ Rango:(0,+\infty)$

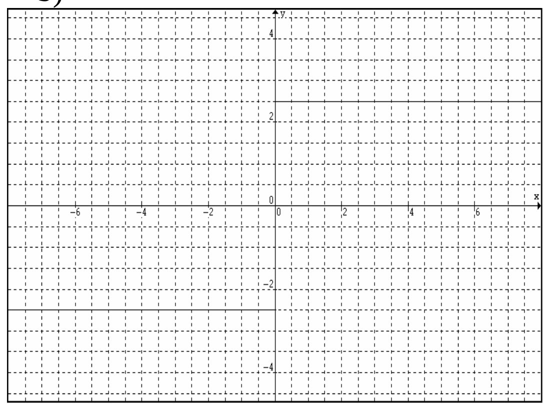
$d)\ y = \dfrac{Sgn(x)}{Sgn(x)}$ $\qquad R: Dom:\mathbb{R}-\{0\}\ \ Rango:\{1\}$

Gráficas:

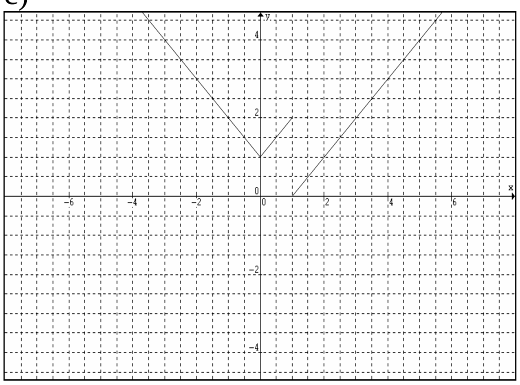
a)



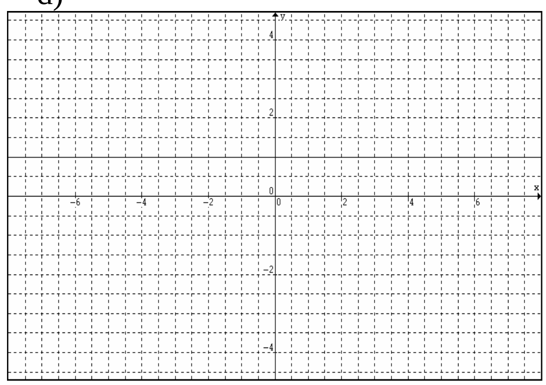
b)



c)



d)



14. Analice rango en x: [-2,2] para la función parte entera y grafique lo siguiente:

$a)\ y = 3[\![x-1]\!]$ $\qquad R:\ Rango: \{-6,-3,0,3,6\}$

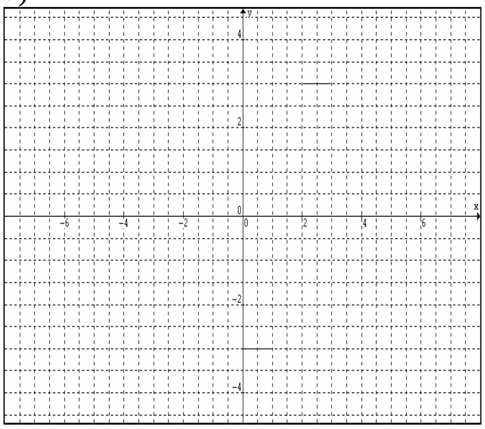
$b)\ y = \frac{1}{2}[\![x]\!]-1$ $\qquad R: Rango: \left\{-2,-\frac{3}{2},-1,-\frac{1}{2},0\right\}$

$c)\ y = x[\![x]\!]+1$ $\qquad R: Rango: [1,5]-\{3\}$

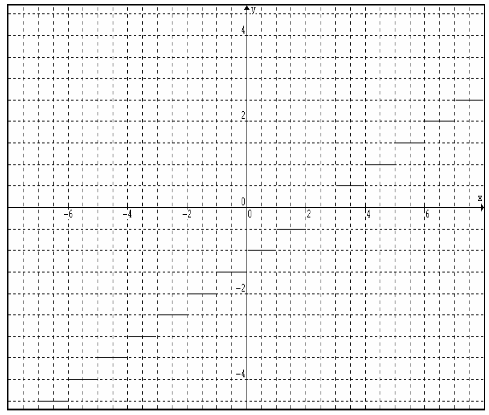
Observación: Las funciones parte entera fueron evaluadas para x: [-2,2] formando el rango expresado de acuerdo a estos valores de x.

R:

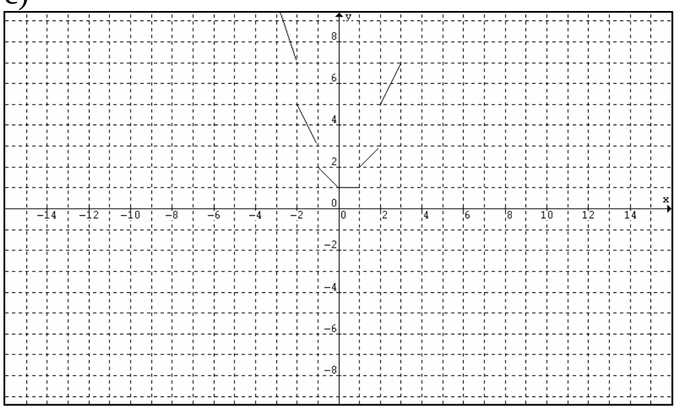
a)



b)



c)



15. Verifique si f(x) es par o impar.

$a)\ f(x) = x^2 - 3x + 1$ $\quad R: ni\ par\ ni\ impar$

$b)\ f(x) = \dfrac{x^2}{x-1}$ $\quad R: ni\ par\ ni\ impar$

$c)\ f(x) = -x^4 + x^2$ $\quad R: par$

$d)\ f(x) = -3x^5 + 2x^3$ $\quad R: impar$

16. Analice dominio y rango, y además, grafique:

$a)\ f(x) = \begin{cases} -x^2 - 1 & si \quad x < 0 \\ x + 1 & si \quad x > 0 \end{cases}$ $\quad R: Dom: \mathbb{R} - \{0\} \quad Rango: (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

$b)\ f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + 1 & si\ x < -2 \\ -x^2 + 2x + 1 & si\ -1 < x \leq 0 \\ x^2 + 1 & si \quad x > 1 \end{cases}$ $\quad R: Dom: (-\infty, -2) \cup (-1, 0] \cup (1, +\infty) \quad Rango: (-2, +\infty)$

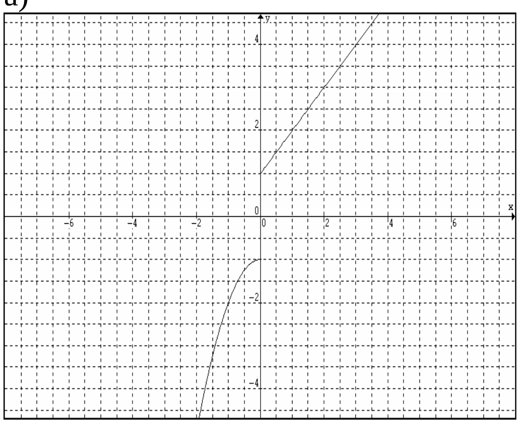
$$c)\ f(x)=\begin{cases} 2x+1 & si\ \ x<-1 \\ x^2 & si\ \ 0\le x<1 \\ -x^2-1 & si\ \ x>2 \end{cases} \quad R: Dom:(-\infty,-1)\cup[0,1)\cup(2,+\infty) \quad Rango:(-\infty,-1)\cup[0,1)$$

$$d)\ f(x)=\begin{cases} |x+1| & si\ \ x\le -1 \\ x^2 & si\ \ -1<x\le 1 \\ x+1 & si\ \ x>1 \end{cases} \qquad R: Dom:\mathbb{R} \quad Rango:[0,+\infty)$$

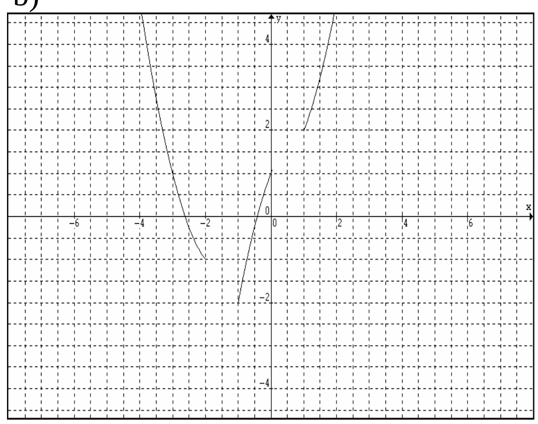
$$e)\ f(x)=\begin{cases} |-x-5| & si\ \ x<-1 \\ 1 & si\ \ 0<x\le 1 \\ 2 & si\ \ x>2 \end{cases} \qquad R: Dom:(-\infty,-1)\cup(0,1]\cup(2,+\infty) \quad Rango:[0,+\infty)$$

R: Gráficas.

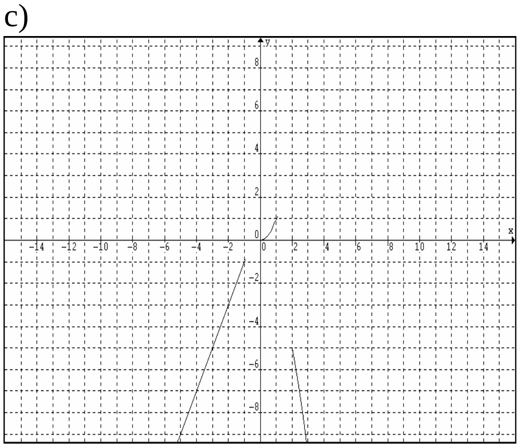
a)



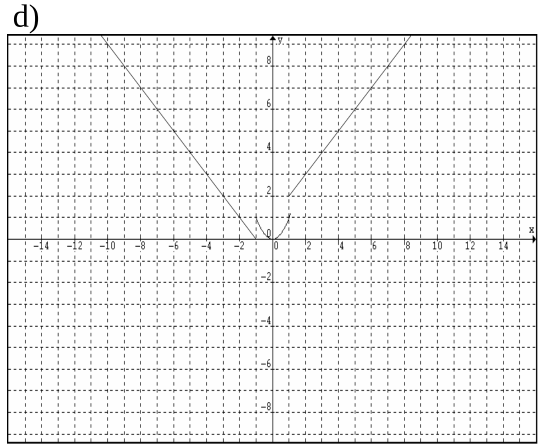
b)



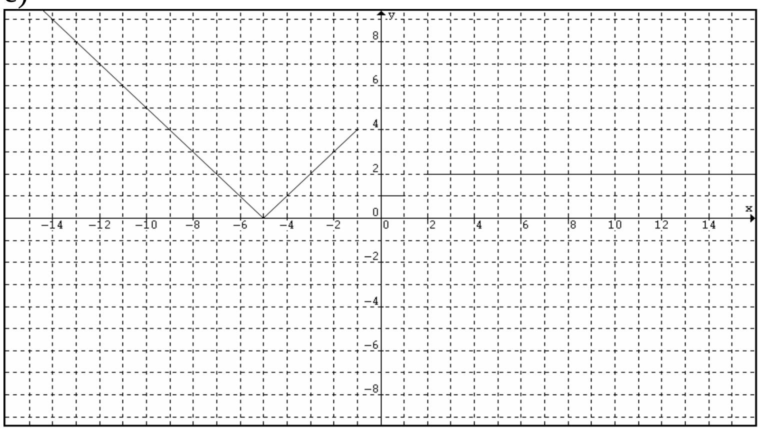
c)



d)



e)



17. Hallar dominio de $(f\circ g)_{(x)}$ y $(g\circ f)_{(x)}$ si:

$a)\ f(x)=\sqrt{x^2-2x+2}\quad y\quad g(x)=x+1\qquad R:(f\circ g)_{(x)}\to\mathbb{R}\qquad (g\circ f)_{(x)}\to\mathbb{R}$

$b)\ f(x)=\dfrac{x}{x-1}\quad y\quad g(x)=\sqrt{x+1}\qquad R:(f\circ g)_{(x)}\to[-1,0)\cup(0,+\infty)\quad (g\circ f)_{(x)}\to(-\infty,1/2]\cup(1,+\infty)$

$c)\ f(x)=\dfrac{x}{x+1}\quad y\quad g(x)=\dfrac{x+1}{x}\qquad R:(f\circ g)_{(x)}\to\mathbb{R}-\{0,-1/2\}\quad (g\circ f)_{(x)}\to\mathbb{R}-\{-1,0\}$

$d)\ f(x)=|x|\quad y\quad g(x)=\sqrt{x^3-1}\qquad R:(f\circ g)_{(x)}\quad (g\circ f)_{(x)}\to(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$

$e)\ f(x)=Sgn(x)\ \ y\ \ g(x)=x^2+1\quad R:(f\circ g)_{(x)}\to\mathbb{R}\quad (g\circ f)_{(x)}\to\mathbb{R}$

$f)\ f(x)=\dfrac{x}{x-1}\ \ y\ \ g(x)=\sqrt{x-4}\qquad R:(f\circ g)_{(x)}\to[4,5)\cup(5,+\infty)\quad (g\circ f)_{(x)}\to(-\infty,1)\cup(4/3,+\infty)$

18. Hallar dominio de $f(x)\pm g(x)$; $f(x).g(x)$ y $f(x)/g(x)$ si:

$a)\ f(x)=x^2+1\quad y\quad g(x)=\sqrt{x-1}$

$b)\ f(x)=\dfrac{x+1}{x^2}\quad y\quad g(x)=x^3$

$c)\ f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}\quad y\quad g(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$

$d)\ f(x)=\dfrac{x}{x-1}\quad y\quad g(x)=\sqrt{x-4}$

R:

$a)\ f(x) \pm g(x) \quad y \quad f(x).g(x) \quad Dom:[1,+\infty)$

$\quad f(x)/g(x) \quad Dom:(1,+\infty)$

$b)\ f(x) \pm g(x); \quad f(x).g(x) \quad y \quad f(x)/g(x) \quad Dom:\mathbb{R}-\{0\}$

$c)\ f(x) \pm g(x) \quad y \quad f(x).g(x) \quad Dom:\mathbb{R}-\{-1,1\}$

$\quad f(x)/g(x) \quad Dom:\mathbb{R}-\{-1\}$

$d)\ f(x) \pm g(x) \quad y \quad f(x).g(x) \quad Dom:[4,+\infty)$

$\quad f(x)/g(x) \quad Dom:(4,+\infty)$

19. Hallar dominio, rango y gráfica de:

$a)\ y=2Sen(x) \qquad R:\ Dom:\mathbb{R}\ \ Rango:[-2,2]$

$b)\ y=\sqrt{2}\,Cos(x+\pi) \qquad R:\ Dom:\mathbb{R}\ \ Rango:[-\sqrt{2},\sqrt{2}\,]$

$c)\ y=\dfrac{2Sen(2x)}{Cos(x)} \qquad R:Dom:\mathbb{R}-\left\{\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{2},...,\dfrac{n\pi}{2}\right\}y-\left\{-\dfrac{\pi}{2},-\dfrac{3\pi}{2},...,-\dfrac{n\pi}{2}\right\}$

$Siendo\ n: entero\, impar$

$Rango:[-4,4]$

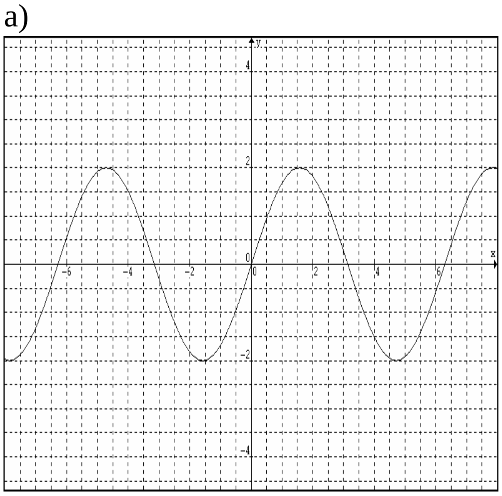
$d)\ y=3tg\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right) \qquad R:Dom:\mathbb{R}-\{0,\pi,2\pi,...,n\pi\}\ y-\{0,-\pi,-2\pi,...,-n\pi\}$

$Siendo\ n: entero$

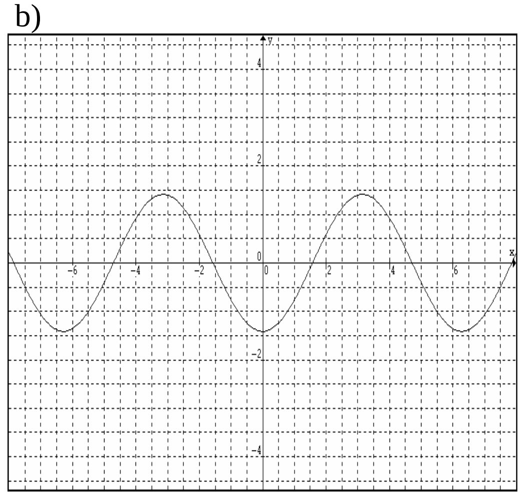
$Rango:\ \mathbb{R}$

Gráficas:

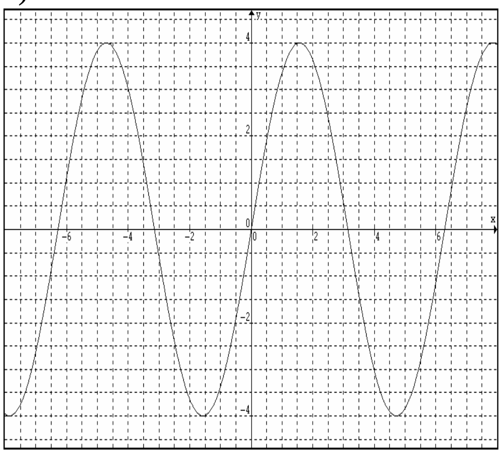
a)



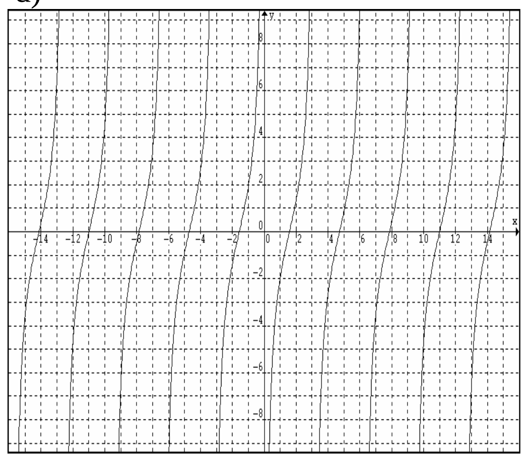
b)



c)



d)



20. Demostrar:

$$a)\ \frac{Sen(a+b)}{Cos(a-b)}=\frac{ctg(b)+ctg(a)}{ctg(b).ctg(a)+1}$$

$$b)\ \frac{Sen^2a}{Cos^2a}=\frac{1}{Cos^2a}-1$$

$$c)\ Sen(a+b).Cos(a+b)=\frac{Sen(2a)}{2}(Cos^2b-Sen^2b)+\frac{Sen(2b)}{2}(Cos^2a-Sen^2a)$$

$$d)\ tg(a-b)=\frac{Cos(b)-Sen(b)ctg(a)}{ctg(a)Cos(b)+Sen(b)}$$

LÍMITES Y CONTINUIDAD

1.Demostrar y hacer una tabla de valores con x, f(x), δ y ε en:

$a)\ \lim_{x\to 1}(2x+1)=3$ $\qquad R: \delta = \varepsilon/2$

$b)\ \lim_{x\to 0}(x^2+1)=1$ $\qquad R: \delta = \sqrt{\varepsilon}$

$c)\ \lim_{x\to 0}\sqrt{x+1}=1$ $\qquad R: \delta : mín(1, \varepsilon)$

$d)\ \lim_{x\to 2}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)=2$ $\qquad R: \delta : mín(1/2,\ \varepsilon/2)$

$e)\ \lim_{x\to 1}\sqrt[3]{x-1}=0$ $\qquad R: \delta : mín(1, \varepsilon^3)$

$f)\ \lim_{x\to 5}\left(\dfrac{2}{x-4}\right)=2$ $\qquad R: \delta : mín(1/2,\ \varepsilon/4)$

$g)\ \lim_{x\to 2}(x^2+3x+1)=11$ $\qquad R: \delta : mín\left(1,\ \sqrt{\varepsilon+\dfrac{49}{4}}-\dfrac{7}{2}\right)$

$h)\ \lim_{x\to 1}\left(\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}\right)=\dfrac{1}{2}$ $\qquad R: \delta : mín(1, 2\varepsilon)$

2. Demuestre que $\lim_{x\to 4}\sqrt{4-x}$ no existe. (*Use límites unilaterales*).

3.Hallar los siguientes límites:

$a)\ \lim_{x\to 1}(x^2-1)$ $\qquad R: 0$

$b)\ \lim_{x\to -2}(\sqrt{x+5})$ $\qquad R: \sqrt{3}$

$c)\ \lim_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{x+1}$ $\qquad R: 0$

$d)\ \lim_{x\to 0}(1)$ $\qquad R: 1$

4. Determine el límite en las siguientes funciones:

$a)\ f(x)=\begin{cases} x^2+1 & si \quad x<1 \\ \dfrac{x+3}{2} & si \quad x\geq 1 \end{cases}$ $en\ \ x\to 1$ $\qquad R: 2$

$$b)\ f(x)=\begin{cases}\sqrt{x-3} & si \quad x\geq 3\\ x+1 & si \quad x<3\end{cases} \quad en \quad x\to 3 \qquad R: no\ existe$$

$$c)\ f(x)=|x|+2Sgn(x-1)\ en \quad x\to 1. \qquad R: no\ existe$$

$$d)\ f(x)=[\![x+1]\!]+x^2 \quad en \quad x\to 0. \qquad R: no\ existe$$

$$e)\ f(x)=\begin{cases}x^2-2x+1 & si \quad x\leq -1\\ -x^2+1 & si \quad -1<x<1\\ x^2-1 & si \quad x\geq 1\end{cases}$$

$$en\ x\to -1 \quad R: no\ existe$$

$$en\ x\to 1 \quad R: 0$$

$$f)\ f(x)=2Sgn(x+1)+[\![x-1]\!] \quad en \quad x\to -1 \qquad R: no\ existe$$

5.Determinar el valor de los siguientes límites:

$$a)\lim_{x\to 1}\left(\frac{x^2-1}{x-1}\right) \qquad R: 2$$

$$b)\lim_{x\to 0}\left(\frac{x}{x(x-1)}\right) \qquad R: -1$$

$$c)\lim_{x\to 1}\left(\frac{x^3-2x^2+x}{x^2-2x+1}\right) \qquad R: 1$$

$$d)\lim_{x\to 2}\left(\frac{\sqrt{x^2-4}}{x-2}\right) \qquad R: no\ existe\ (use\ límites Unilaterales)$$

$$e)\lim_{x\to 3}\left(\frac{\sqrt[3]{27}-x}{x-3}\right) \qquad R: -1$$

$$f)\lim_{x\to 1}\left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-1}\right) \qquad R: 1/2$$

$$g)\lim_{x\to 1}\left(\frac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1}\right) \qquad R: 1$$

6. Resolver:

$$a)\lim_{x\to\infty}\left[\frac{x^3+3x^2+x-1}{x^2-2x-5}\right] \qquad R:\infty$$

$$b)\lim_{x\to\infty}\left[\frac{-x^2+2x+1}{x+1}\right] \qquad R:-\infty$$

$$c)\lim_{x\to\infty}\left[\frac{\sqrt{x^3+x-1}}{x^2-x+3}\right] \qquad R:0$$

$$d)\lim_{x\to-\infty}\left[\frac{x+1}{x-1}\right] \qquad R:1$$

$$e)\lim_{x\to-\infty}\left[\frac{(x+2)^3}{x^2-2x+1}\right] \qquad R:-\infty$$

$$f)\lim_{x\to-\infty}\left[\frac{x^2-3x+1}{\sqrt{x-2}}\right] \qquad R: no\ existe$$

7. Hallar Asíntotas horizontales, verticales y analice el comportamiento de la curva a la derecha y a la izquierda de las asíntotas verticales, teniendo:

$$a)\ y=\frac{x^2-2x+1}{x^2+1} \qquad R: AV: no\ hay,\ AH: y=1.$$

$$b)\ y=\sqrt{\frac{x^2+1}{x}} \qquad R: AV: x=0,\ AH: y=+\infty.$$

$$c)\ y=\frac{x^3+3x^2-2x+1}{x-1} \qquad R: AV: x=1, AH: y=+\infty.$$

$$d)\ y=\frac{x^2+2x+1}{x^2-1} \qquad R: AV: x=\pm 1,\ AH: y=1.$$

$$e)\ y=\frac{x^3}{x^2+1} \qquad R: AV: no\ hay, AH: y=\pm\infty.$$

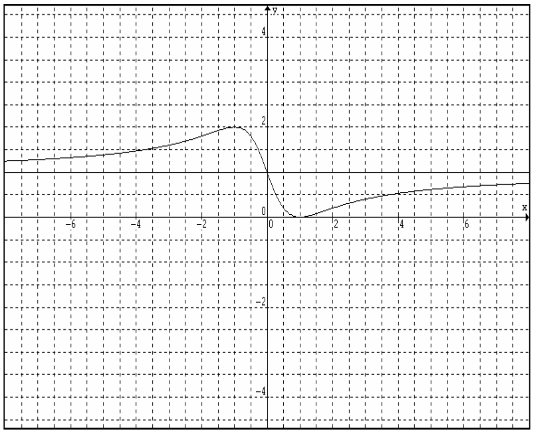
$$f)\ y=\sqrt{\frac{x}{x-1}} \qquad R: AV: x=1,\ AH: y=1.$$

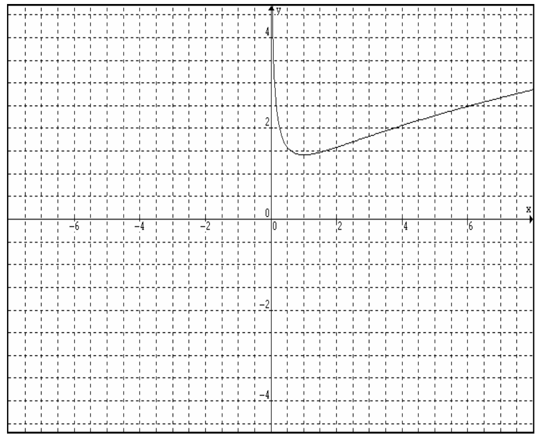
Observación: Para tener una idea clara de lo que representan las asíntotas, se presentan a continuación, las gráficas de estas funciones y sus asíntotas asociadas, sólo como información adicional, ya que en la sección IV de esta guía se tratarán estas gráficas con detenimiento.

Gráficas:

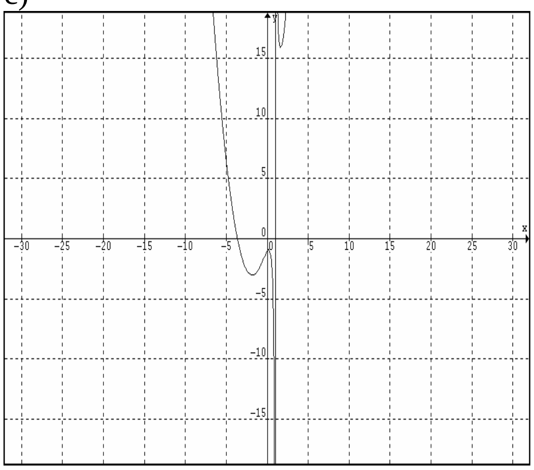
a)

b)

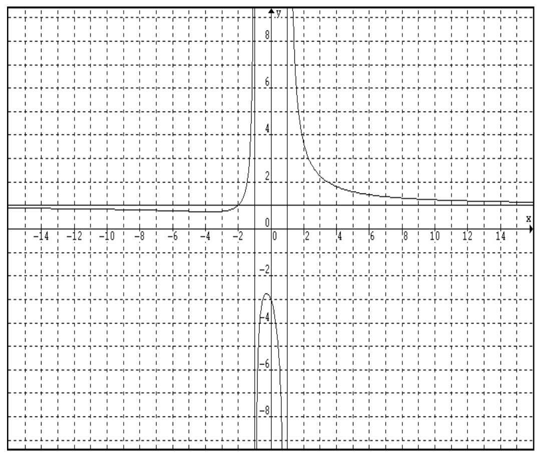




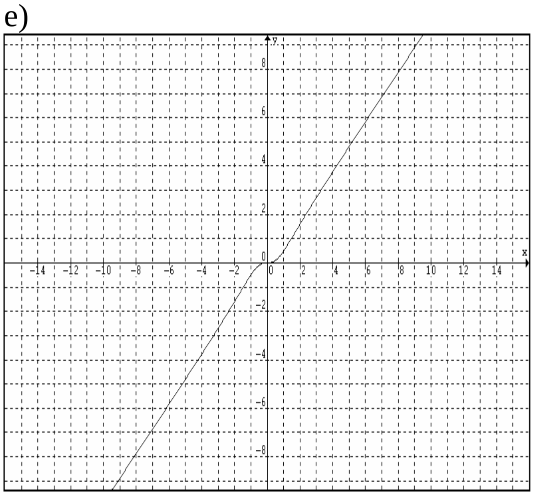
c)



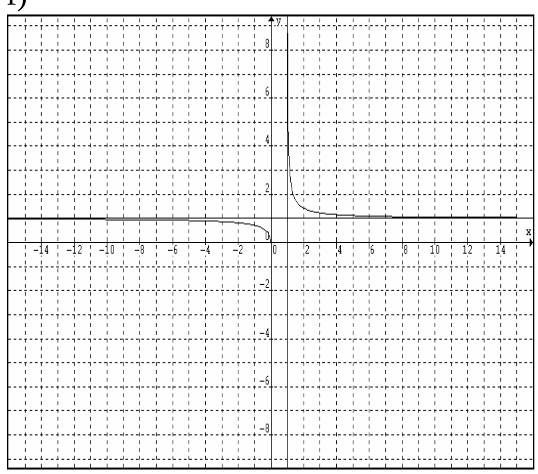
d)



e)



f)

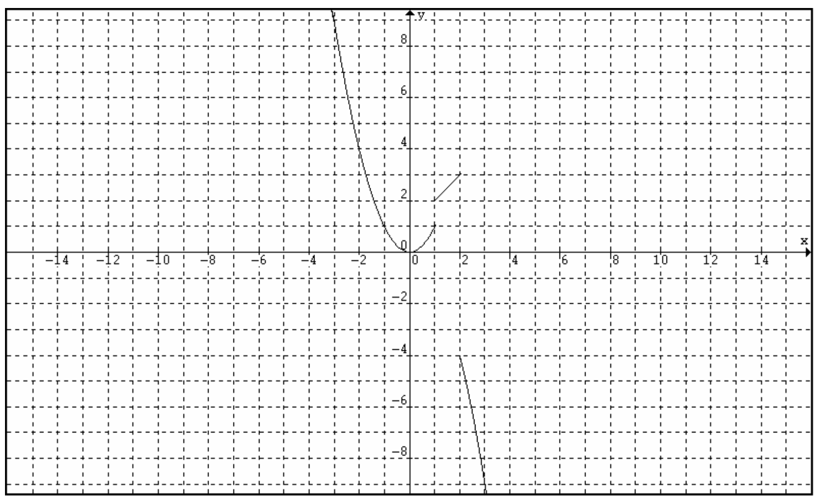


8. Verifique la continuidad de la función, si:

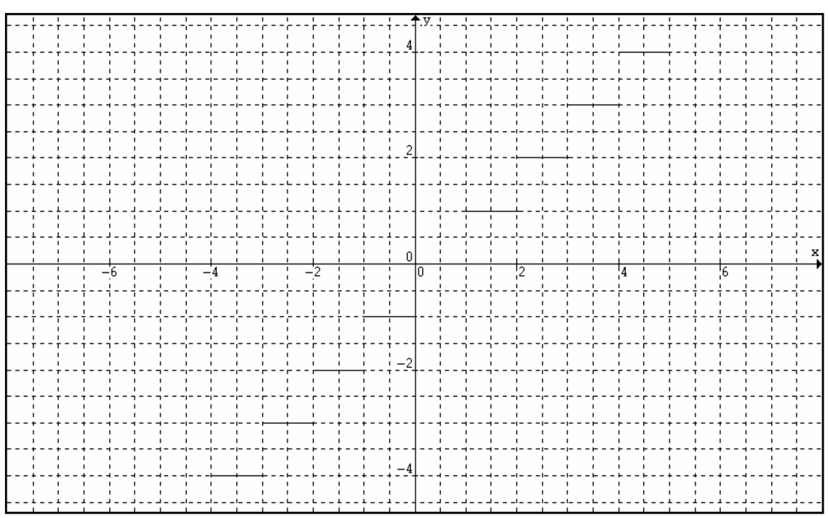
$$f(x) = \begin{cases} x^2 & si \quad x < 1 \\ x+1 & si \quad 1 \le x \le 2 \\ -x^2 & si \quad x > 2 \end{cases}$$

a) En x=1 R: No es continua
b)En x=2 R: No es continua
c)En x=0 R: Es continua.

Gráfica:

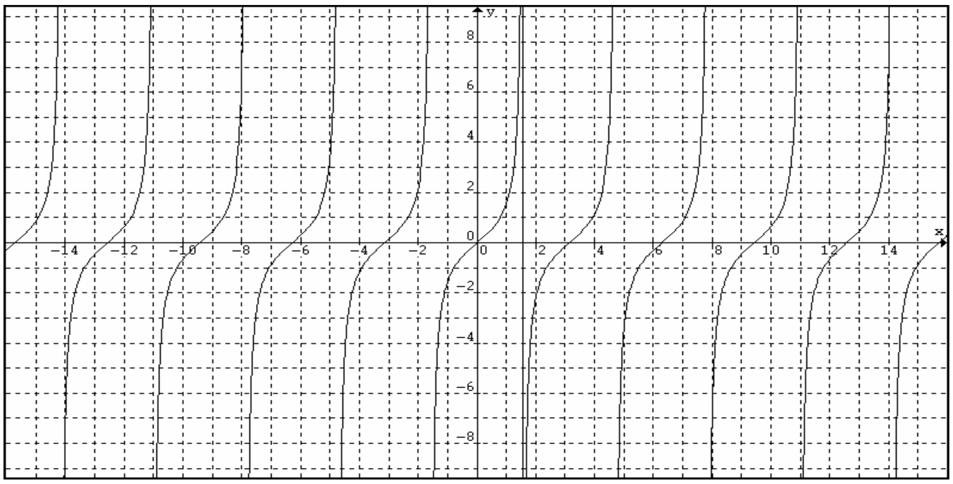


9. Demuestre que la función parte entera es discontinua para todos los valores de x enteros. Grafique.



Observación: Gráfica construida para valores de $-4 \le x < 5$

10. Demuestre que la función f(x)= tg(x) es discontinua en $x = \pi / 2$. Grafique.



x=π/2

11.¿Qué tipo de discontinuidad presentan las siguientes funciones?

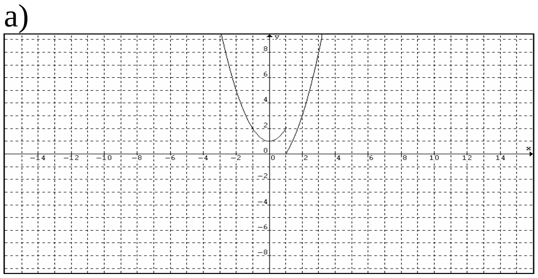
$$a)\ \ f(x)=\begin{cases} x^2+1 & si \quad x<1 \\ \left|-x^2+1\right| & si \quad x\geq 1 \end{cases} \quad en \quad x=1 \qquad\qquad R: Esencial$$

$$b)\ \ f(x)=\begin{cases} -1 & si \quad x<0 \\ 0 & si \quad x=0 \\ -1 & si \quad x>0 \end{cases} \quad en \ \ x=0 \qquad\qquad R: E\lim inable$$

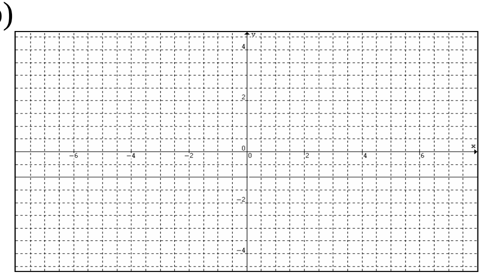
$$c)\ \ f(x)=\begin{cases} -x & si \quad x<1 \\ 0 & si \quad x=1 \\ x & si \quad x>1 \end{cases} \quad en \quad x=1 \qquad\qquad R: Esencial$$

Gráficas:

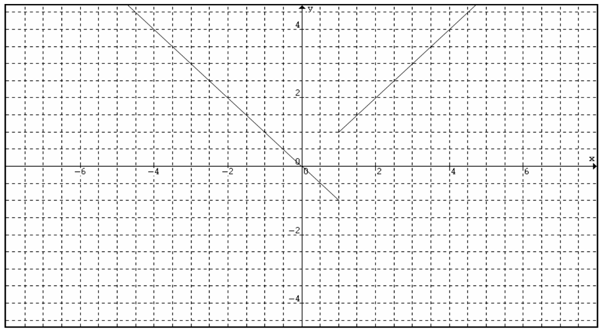
a)



b)



c)



12. ¿Qué valor debe tener k para que las siguientes funciones sean continuas?

$$a)\ f(x)=\begin{cases} |x|+k & si \quad x<-1 \\ 1 & si \quad x=-1 \\ x^2 & si \quad x>-1 \end{cases} \quad en \quad x=-1 \qquad R: k=0$$

$$b)\ f(x)=\begin{cases} k^2-2k+3 & si \quad x<0 \\ x^2-1 & si \quad x=0 \\ -x^2-1 & si \quad x>0 \end{cases} \quad en \quad x=0 \qquad R: no\ existe$$

$$c)\ f(x)=\begin{cases} k^2-2k & si \quad x<-1 \\ 2 & si \quad x=-1 \\ 2x+4 & si \quad x>-1 \end{cases} \quad en \quad x=-1 \qquad R: k=1+\sqrt{3} \quad y \quad k=1-\sqrt{3}$$

13. Verifique la continuidad de f(x) en:

$$a)\ f(x)=\frac{x}{x^2+1} \quad en \quad x:[-1,1] \qquad R: Continua$$

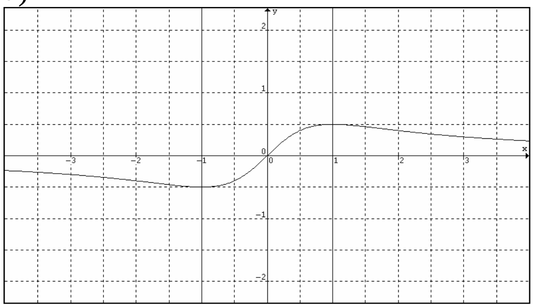
$$b)\ f(x)=\frac{x}{x-1} \quad en \quad x:[0,2] \qquad R: Discontinua$$

$$c)\ f(x)=\sqrt{x-4} \quad en \quad x:[4,6] \qquad R: Continua$$

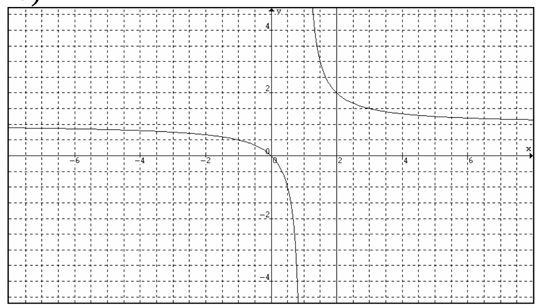
$$d)\ f(x)=\frac{x^2}{x+1} \quad en \quad x:(-1,1] \qquad R: Continua$$

Observación: A continuación se presentarán las gráficas de este ejercicio con el objetivo de que se visualice la continuidad de las funciones en los valores indicados de x. Obsérvese que el ejercicio no exige tales gráficas, ya que, el estudiante no puede construirlas por no poseer en este momento el procedimiento necesario hacerlo.

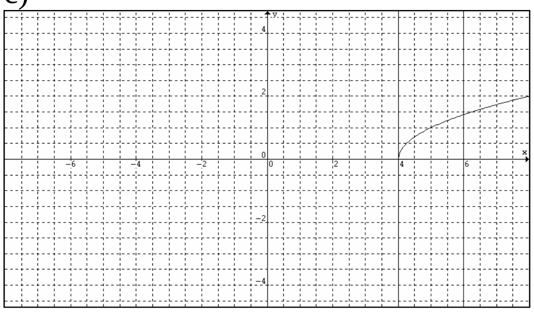
a)



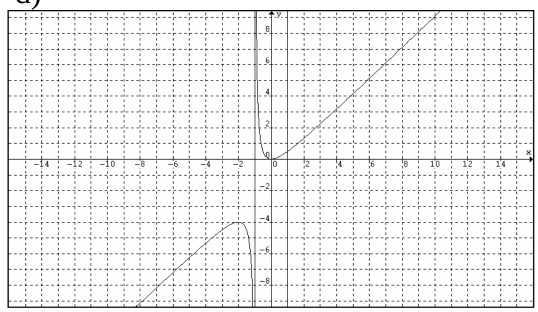
b)



c)



d)



14. Analice la continuidad de f(x), si:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & si \quad x \leq 0 \\ |x - 1| & si \quad 0 < x > 2 \\ -x + 1 & si \quad x \geq 2 \end{cases}$$

$a)\ En\ \ x : [-1, 1] \qquad R : discontinua$

$b)\ En\ \ x : [0, 2] \qquad R : discontinua$

$c)\ En\ \ x : (0, 2) \qquad R : continua$

$d)\ En\ \ x : [1, 3] \qquad R : discontinua$

$e)\ En\ \ x : [2, 4] \qquad R : continua$

15. Rediseñe f(x) para que sea continua, si:

$$a)\ f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{x-1} & si \quad x < 0 \\ 2 & si \quad x = 0 \\ x(x+1) & si \quad x > 0 \end{cases} \quad en \quad x = 0 \qquad R : y = 0 \quad si \quad x = 0$$

$$b)\ f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & si \quad x < -1 \\ x & si \quad x = -1 \\ 2x + 4 & si \quad x > -1 \end{cases} \quad en \quad x = -1 \qquad R : y = 2 \quad si \quad x = -1$$

16. Demuestre por definición, los siguientes límites:

$$a)\ \lim_{x \to \pi/2} (sen\ x) = 1$$

$$b)\ \lim_{x \to \pi/2} (\cos x) = 0$$

$$c)\ \lim_{x \to \pi/2} [\cos x + x] = \frac{\pi}{2}$$

17. Efectuar:

$$a)\ \lim_{x \to -\pi/2} (\cos x) \qquad R: 0$$

$$b)\ \lim_{x \to 0} (sen\ x) \qquad R: 0$$

$$c)\ \lim_{x \to 0} (\cos x + tg\ x) \qquad R: 1$$

$$d)\ \lim_{x \to 2\pi^+} (\cos x + ctg\ x) \qquad R: +\infty$$

$$e)\ \lim_{x \to \frac{3\pi^-}{2}} (sen\ x + tg\ x) \qquad R: -\infty$$

18. Determine el valor de los siguientes límites (0/0):

$$a)\ \lim_{x \to 4} \left[\frac{64 - x^3}{16 - x^2} \right] \qquad R: 6$$

$$b)\ \lim_{x \to 2} \left[\frac{2x^2 - 16x + 24}{8 - x^3} \right] \qquad R: 2$$

$$c)\ \lim_{x \to 1} \left[\frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{3x+1}}{\sqrt{x-1}} \right] \qquad R: 0$$

$$d)\ \lim_{x \to -2} \left[\frac{x^3 + 7x^2 + 16x + 12}{x^3 + x^2 - 8x - 12} \right] \qquad R: -\frac{1}{5}$$

$$e)\ \lim_{x \to 3} \left[\frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x - 3} \right] \qquad R: \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

$$f)\ \lim_{x \to -3} \left[\frac{x^3 + 27}{2x^2 + 10x + 12} \right] \qquad R: -\frac{27}{2}$$

$$g)\ \lim_{x \to 1} \left[\frac{\sqrt[3]{x} - 1}{1 - x} \right] \qquad R: -\frac{1}{3}$$

$$h)\ \lim_{x \to 0} \left[\frac{\sqrt[3]{x+1} - 1}{x} \right] \qquad R: \frac{1}{3}$$

19. Halle el valor del límite eliminando la indeterminación.

$$a)\lim_{x\to 0}\left[\frac{sen\,x}{x(x-\pi)}\right] \qquad R:-\frac{1}{\pi}$$

$$b)\lim_{x\to \pi}\left[\frac{x-\pi}{sen\,x}\right] \qquad R:-1$$

$$c)\lim_{x\to 0}\left[\frac{tg\,x}{x}\right] \qquad R:1$$

$$d)\lim_{x\to 0}\left[\frac{x^2+x}{sen\,x}\right] \qquad R:1$$

$$e)\lim_{x\to \pi/2}\left[\frac{\cos x}{x-\pi/2}\right] \qquad R:-1$$

$$f)\lim_{x\to \pi}\left[\frac{sen\,x}{x-\pi}\right] \qquad R:-1$$

$$g)\lim_{x\to 0}\left[\frac{tg\,x-sen\,x}{1-\cos x}\right] \qquad R:0$$

Sugerencia: Use límites unilaterales para h)

$$h)\lim_{x\to 0}\left[\frac{sen\,x}{1-\cos x}\right] \qquad R: no\ existe$$

$$i)\lim_{x\to 0}\left[\frac{2\cos x-2}{tg\,x-2}\right] \qquad R: no\ existe$$

$$j)\lim_{x\to 0}\left[\frac{\sqrt{x}+sen\,x}{sen\,x}\right] \qquad R: no\ existe$$

$$k)\lim_{x\to 0}\left[\frac{\sqrt{x}+2sen\,x}{x^2-sen\,x}\right] \qquad R: no\ existe$$

$$l)\lim_{x\to \pi}\left[\frac{1-sen(x/2)}{\pi-x}\right] \qquad R:0$$

$$m)\lim_{x\to 2\pi}\left[\frac{1+\cos(x/2)}{2\pi-x}\right] \qquad R:0$$

LA DERIVADA

1. Determine $\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ si:

$a)\ f(x)=x^2+2x+1 \qquad R: 2x+2$

$b)\ f(x)=\frac{x}{x-1} \qquad R: -\frac{1}{(x-1)^2}$

$c)\ f(x)=\sqrt{x-1} \qquad R: \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$

$d)\ f(x)=2 \qquad R: 0$

$e)\ f(x)=x^3-2x \qquad R: 3x^2-2$

2. Halle f´(2) por definición si:

$a)\ f(x)=\frac{x^2+2x}{x} \qquad R: 1$

$b)\ f(x)=\frac{x-1}{x+1} \qquad R: 2/9$

$c)\ f(x)=\sqrt{x-4} \qquad R: no\ existe$

$d)\ f(x)=1 \qquad R: 0$

$e)\ f(x)=x^3+2x \qquad R: 14$

3. Determine la derivada por definición de:

$a)\ f(x)=sen\,x \qquad R: \cos x$

$b)\ f(x)=\cos x \qquad R: -sen\,x$

$c)\ f(x)=tg\,x \qquad R: Sec^2 x$

$d)\ f(x)=\csc x \qquad R: -ctg\,x.\csc x$

4. Verifique si f(x) es derivable, teniendo:

$a)\ f(x)=\begin{cases} x^2+1 & si \quad x<1 \\ -(x^2+1) & si \quad x\geq 1 \end{cases}\ en\ \ x=1 \qquad R: no\ es\ \ derivable$

$b)\ f(x)=\begin{cases} 2x+1 & si \quad x<0 \\ x^3+1 & si \quad x\geq 0 \end{cases}\ en\ \ x=0 \qquad R: no\ es\ derivable$

$$c)\ f(x)=\begin{cases} |x| & si \quad x\le 2 \\ x+1 & si \quad x>2 \end{cases} \ en\ x=2 \qquad R: es\ derivable$$

$$d)\ f(x)=\begin{cases} \sqrt{x+4} & si \quad x\ge 0 \\ -x+2 & si \quad x<0 \end{cases} \ en\ x=0 \qquad R: no\ es\ derivable$$

$$e)\ f(x)=\begin{cases} |x^2-1| & si \quad x<1 \\ |x-1| & si \quad x\ge 1 \end{cases} \ en\ x=1\ y\ x=-1 \qquad R: no\ es\ derivable$$

$$f)\ f(x)=\begin{cases} -x^2+3x+1 & si \quad x<-1 \\ x^2-3x+1 & si \quad x\ge -1 \end{cases} \ en\ x=-1 \qquad R: no\ es\ derivable$$

$$g)\ f(x)=\begin{cases} \dfrac{x}{x-1} & si \quad x<1 \\ 2x+1 & si \quad x>1 \end{cases} \ en\ x=1 \qquad R: no\ es\ derivable$$

$$h)\ f(x)=\begin{cases} 3x^2+1 & si \quad x<1 \\ 1 & si \quad x=1 \\ -x^2+3 & si \quad x>1 \end{cases} \ en\ x=1 \qquad R: no\ es\ derivable$$

5. Analizar la derivabilidad de las siguientes funciones en los intervalos de valores de “x” indicados.

$$a)\ f(x)=\frac{x}{x-1} \quad en \quad x:[-1,1] \qquad R: no$$

$$b)\ f(x)=x-2 \quad en \quad x:[0,3] \qquad R: si$$

$$c)\ f(x)=\sqrt{4-x} \quad en \quad x:[4,6] \qquad R: no$$

$$d)\ f(x)=\frac{x^2+2}{x} \quad en \quad x:[1,3] \qquad R: si$$

$$e)\ f(x)=\frac{x+1}{x-1} \quad en \quad x:[-1,1] \qquad R: no$$

6. Hallar y` y simplificar a la mínima expresión:

$$a)\ y=\frac{x+1}{x^2-1} \qquad R: -\frac{1}{(x-1)^2}$$

$$b)\ y=x^5-3x^2+1 \qquad R: x(5x^3-6)$$

$c)\ y=\sqrt{x^2-1}$ $\qquad R: \dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}}$

$d)\ y=\dfrac{1}{x-1}$ $\qquad R: -\dfrac{1}{(x-1)^2}$

$e)\ y=\sqrt[3]{(x^2+1)}$ $\qquad R: \dfrac{2}{3}\left[\dfrac{x}{\sqrt[3]{(x^2+1)^2}}\right]$

$f)\ y=\dfrac{x^2-3x+1}{x-1}$ $\qquad R: 1+\dfrac{1}{(x-1)^2}$

$g)\ y=x^2\,(x-1)$ $\qquad R: x\,(3x-2)$

$h)\ y=\dfrac{\sqrt{x}}{x^2-2}$ $\qquad R: \dfrac{\dfrac{x^2-2}{2\sqrt{x}}-2x\sqrt{x}}{(x^2-2)^2}$

7. Determine las siguientes derivadas:

$a)\ y=\dfrac{sen\,x}{x-\pi}$ $\qquad R: \dfrac{1}{(x-\pi)}\left[\cos x-\dfrac{sen\,x}{(x-\pi)}\right]$

$b)\ y=\dfrac{tg\ x}{x-sen\,x}$ $\qquad R: \dfrac{\sec^2\ x}{(x-sen\,x)}-\dfrac{tg\ x\ [1-\cos x]}{(x-sen\,x)^2}$

$c)\ y=x^2.sen\,x$ $\qquad R: 2x\,sen\,x+x^2\cos x$

$d)\ y=\dfrac{\cos x}{1+tg\ x}$ $\qquad R: \dfrac{-sen\,x(1+tg\ x)-\cos x(\sec^2\ x)}{(1+tg\ x)^2}$

$e)\ y=\dfrac{sen^3x}{x^2}$ $\qquad R: \dfrac{3\,sen^2x\cos x}{x^2}-\dfrac{2sen^3x}{x^3}$

$f)\ y=\dfrac{sen\ x^3}{x+1}$ $\qquad R: \dfrac{3x^2\ (x+1)\cos x^3-sen\ x^3}{(x+1)^2}$

8. Analice la derivabilidad y continuidad de:

$$a)\ f(x)=\begin{cases} 3x^2+1 & si \quad x<0 \\ 2x+1 & si \quad x\geq 0 \end{cases} \ en\ x=0 \qquad R: continua,\ no\ derivable$$

$$b)\ f(x)=\begin{cases} 3x+2 & si \quad x<1 \\ (-x^2-1) & si \quad x<1 \end{cases} \ en\ x=1 \qquad R: discontinua,\ no\ derivable$$

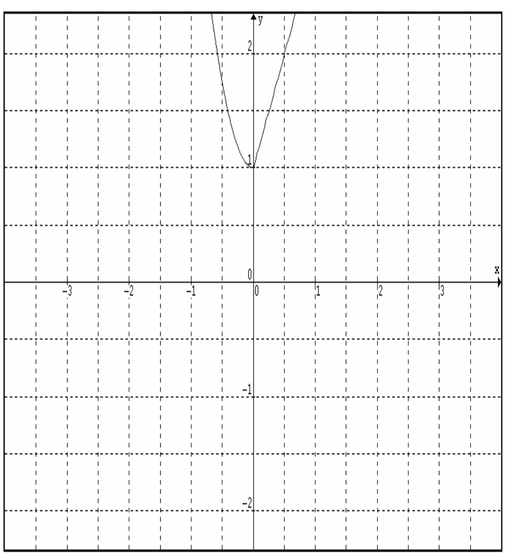
$$c)\ f(x)=\begin{cases} 2x-1 & si \quad x\leq 1 \\ x^2 & si \quad x>1 \end{cases} \ en\ x=1 \qquad R: derivable,\ continua$$

$$d)\ f(x)=\begin{cases} 3x-1 & si \quad x<0 \\ 1 & si \quad x=0 \\ 2x^2 & si \quad x>0 \end{cases} \ en\ x=0 \qquad R: no\ derivable,\ discontinua$$

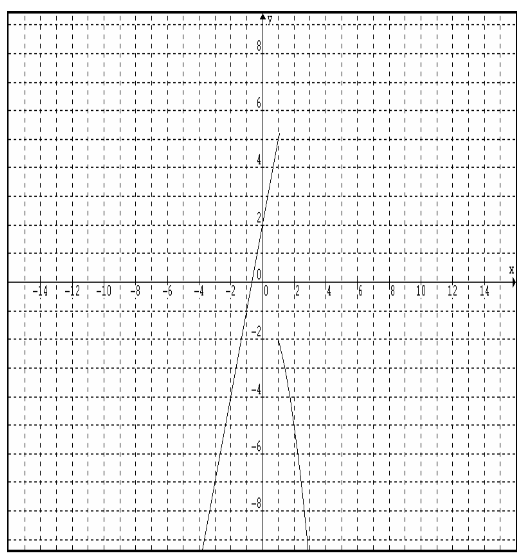
$$e)\ f(x)=\begin{cases} x+1 & si \quad x\leq -1 \\ x-1 & si \quad x>-1 \end{cases} \ en\ x=-1 \qquad R: derivable,\ discontinua$$

Gráficas:

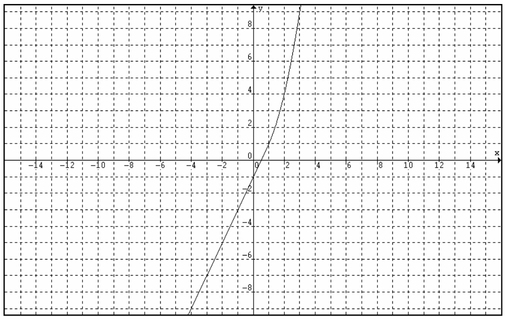
a)



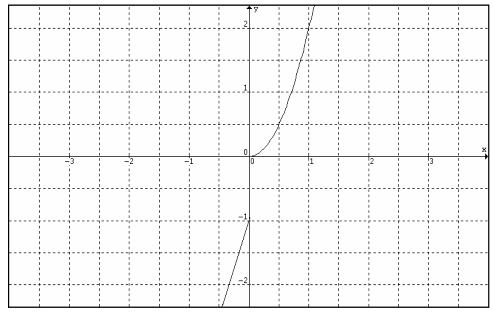
b)



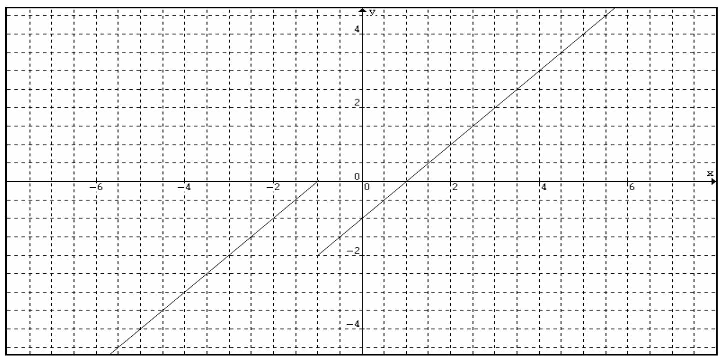
c)



d)



e)



9. Hallar y` si:

$a)\ y = 2xy + 1$ $\qquad R: \dfrac{2}{(1-2x)^2}$

$b)\ 2xy^2 - yx - 1 = 0$ $\qquad R: \dfrac{y - 2y^2}{4xy - x}$

$c)\ xy^3 - 2yx + 2y = 0$ $\qquad R: \dfrac{2y - y^3}{3xy^2 - 2x + 2}$

$d)\ 2xy - x^2 + 2 = 0$ $\qquad R: \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{x^2}$

$e)\ sen\,(xy) + 2\cos x = 1$ $\qquad R: \dfrac{2\,sen\,x}{x\cos(xy)} - \dfrac{y}{x}$

$f)\ \dfrac{x^2 y}{x-1} - 2xy^2 - 2 = 0$ $\qquad R: \dfrac{-x^2 y + 2xy + 2y^2(x-1)^2}{x^3 - x^2 - 4xy(x-1)^2}$

$g)\ 5xy - \cos x^2 - sen\,y^2 = 0$ $\qquad R: \dfrac{-5y - 2x\,sen(x^2)}{5x - 2y\cos(y^2)}$

$h)\ \cos(x^2 y) - Cos^2 y = 0$ $\qquad R: \dfrac{2xy\,sen\,(x^2 y)}{-x^2\,sen\,(x^2 y) + 2\cos y\,sen\,y}$

10. Hallar y``` si:

$a)\ y' = sen(x^2)$ $\quad R: 2\cos(x^2) - 4x^2\, sen(x^2)$

$b)\ y = \cos^2(x)$ $\quad R: 8\, sen\, x\, \cos x$

$c)\ y = 3x^4 + 2x^2$ $\quad R: 72x$

$d)\ y = \dfrac{x-1}{x}$ $\quad R: \dfrac{6}{x^4}$

$e)\ y' = tg\, x$ $\quad R: 2\, tg\, x\, \sec^2 x$

$f)\ y = \sqrt{x-1}$ $\quad R: \dfrac{3}{8\sqrt{(x-1)^5}}$

$g)\ \ 2xy^2 - x^2 = 0$ $\quad R: \dfrac{3}{108\sqrt{\left(\dfrac{x}{2}\right)^5}}$

$h)\ y'' = sen^2 x + sen\, x^2$ $\quad R: 2[sen\, x \cos x + x \cos x^2]$

$i)\ sen(xy) - 1 = 0$ $\quad R: -\dfrac{6y}{x^3}$

Observación: La estructura g) e i) no son funciones, estan presentes en esta sección sólo para ser manejadas operacionalmente.

11. Hallar las ecuaciones de la recta tangente y normal a las curvas:

$a)\ y = 3x^2 - 2x + 1$ $\quad pto.(2,9)$ $\quad R: y_t = 10x - 11$ $\quad y_n = -\dfrac{1}{10}x + \dfrac{92}{10}$

$b)\ y = x^3 + 1$ $\quad pto.(1,2)$ $\quad R: y_t = 3x - 1$ $\quad y_n = -\dfrac{1}{3}x + \dfrac{7}{3}$

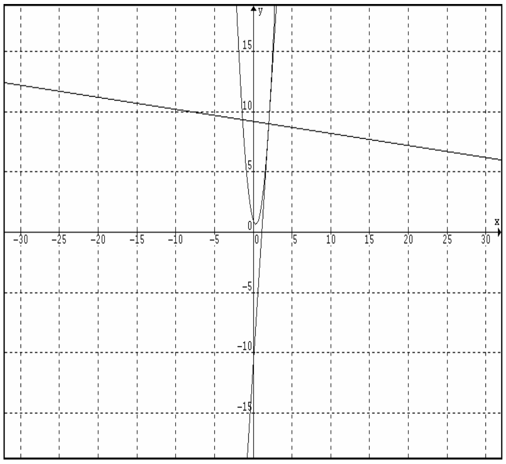
$c)\ yx - x^2 = 1$ $\quad pto.(1,2)$ $\quad R: y_t = 2$ $\quad x_n = 1$

$d)\ y = sen\, x$ $\quad pto.\left(\dfrac{5\pi}{6}, \dfrac{1}{2}\right)$ $\quad R: y_t = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}x + \left(\dfrac{12 + 10\pi\sqrt{3}}{24}\right)$ $\quad y_n = \dfrac{2}{\sqrt{3}}x + \dfrac{6\sqrt{3} - 20\pi}{12\sqrt{3}}$

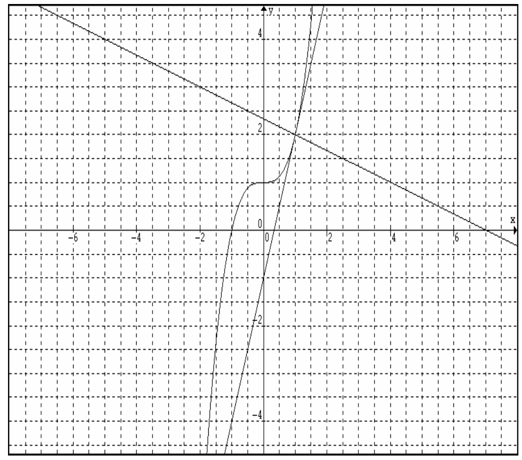
Observación: La función implícita se graficó con un método que se estudiará en la unidad IV, también la ecuación cúbica. Las gráficas de las demás ecuaciones de este ejercicio son fácilmente construibles con el contenido de la materia visto hasta el momento.

Gráficas:

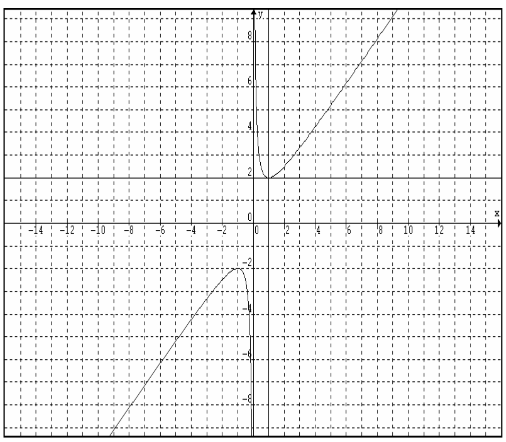
a)



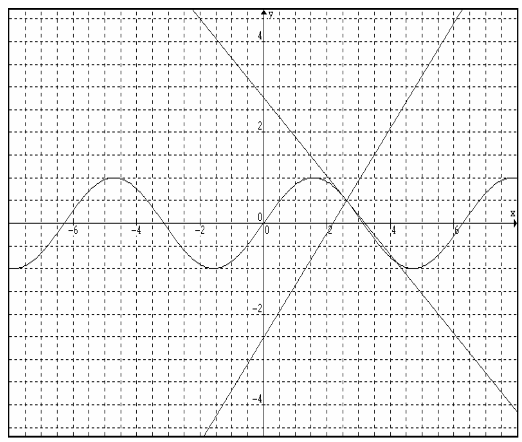
b)



c)



d)



12. Determine la derivada de F con respecto a la variable x, teniendo:

$a)\ F(u) = u^2 - 3u + 1; \qquad u = x + 1 \qquad\qquad R: 2(x+1) - 3$

$b)\ F(u) = u^3 - 1; \qquad u = x^2 - 1 \qquad\qquad R: 3(x^2 - 1)^2$

$c)\ F(u) = \dfrac{u}{u-1}; \qquad u = 2x - 5 \qquad\qquad R: -\dfrac{1}{(2x-6)^2}$

APLICACIONES DE LA DERIVADA

1.Hallar números críticos de:

$a)\ y = 5x^2 - 2x + 1$ $\qquad R: x = 1/5$

$b)\ y = \dfrac{x}{x-1}$ $\qquad R:\ x = 1$

$c)\ y = \sqrt{x-2}$ $\qquad R: x = 2$

$d)\ y = \dfrac{x^2}{x+1}$ $\qquad R: x = 0,\ x = -1,\ x = -2$

$e)\ y = x^3 + 1$ $\qquad R: x = 0$

$f)\ y = sen\,x$ $\qquad R: x = \left\{ \begin{array}{c} \pi/2,\ \ 3\pi/2,\ \ 5\pi/2,\ldots,\ \ n\pi/2 \\ -\pi/2, -3\pi/2, -5\pi/2,\ldots, -n\pi/2 \end{array} \right\}$

$siendo\ \ n: impar$

$g)\ y = \dfrac{\sqrt{x-2}}{x}$ $\qquad R: x = 0\ \ y\ \ x = 2$

$h)\ y = x^3 - x + 1$ $\qquad R:\ x = \pm 1/\sqrt{3}$

2. Hallar máximos y mínimos absolutos de las siguientes funciones, en los intervalos dados:

$a)\ y = 3x - 1;\quad x: [-1, 1]$ $\qquad R: mín.\ abs.\ x = -1,\ máx.\ abs.\ x = 1$

$b) y = \sqrt{4+x};\quad x: [-2, 2)$ $\qquad R: mín.\ abs.\ x = -2$

$c)\ y = \dfrac{x}{x-1};\quad x: [-1, 3]$ $\qquad R: no\ tiene$

$d)\ y = x^4 - 2x^2 + 1;\quad x: [2, 4)$ $\qquad R: mín.\ abs.\ x = 2$

$e)\ y = \left\{ \begin{array}{lll} x^2 & si & x < 1 \\ x+1 & si & x \geq 1 \end{array} \right\}\ en\ \ x: [-1, 3]$ $\qquad R: mín.\ abs.\ x = 0,\ \ máx.\ abs.\ x = 3$

$f)\ y = 2sen\,x;\quad x: [-\pi, \pi]$ $\qquad R: máx.\ abs.\ x = \pi/2,\quad mín.\ \ abs.\ x = -\pi/2$

$g)\ y = 2\cos x;\quad x: (-\pi, \pi]$ $\qquad R: máx.\ abs.\ x = 0,\ mín.\ abs.\ x = \pi$

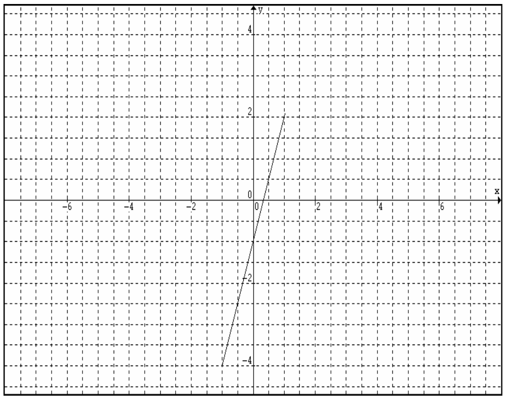
$h)\ y = |x+1| - 4;\quad x: [-2, 2]$ $\qquad R: máx.\ abs.\ x = 2,\ mín.\ abs.\ x = -1$

$i)\ y = x^3 - x;\quad x: [-1, 1]$ $\qquad R: máx.\ abs.\ x = -1/\sqrt{3},\ mín.\ abs.\ x = 1/\sqrt{3}$

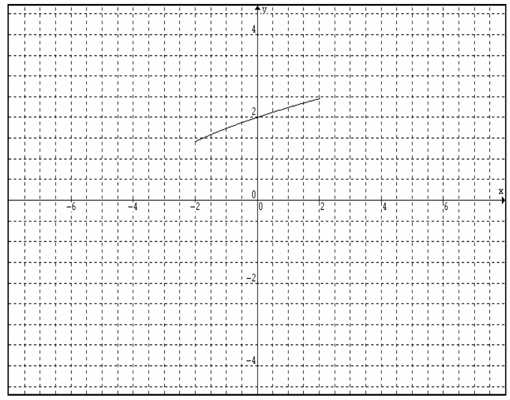
$j)\ y = (x+1)^{2/3};\quad x: [-2, 1]$ $\qquad R: máx.\ abs.\ x = 1,\ mín.\ abs.\ x = -1$

Gráficas.

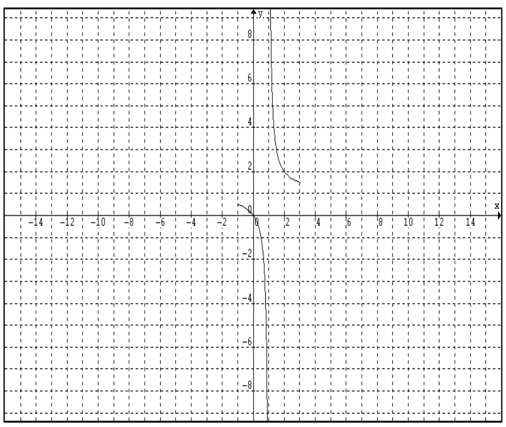
a)



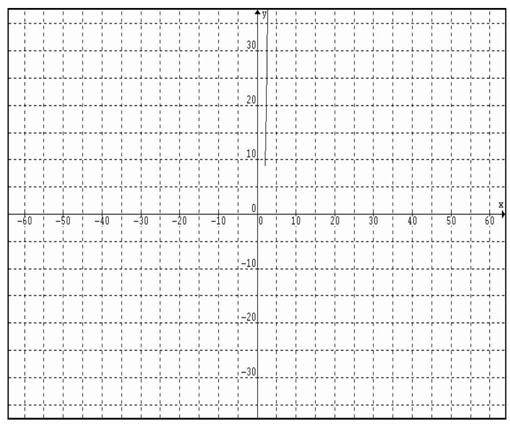
b)



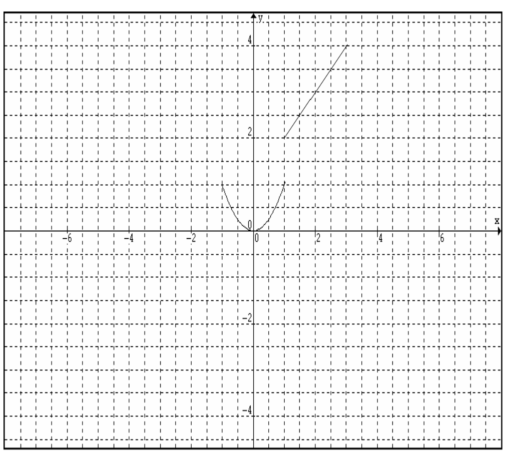
c)



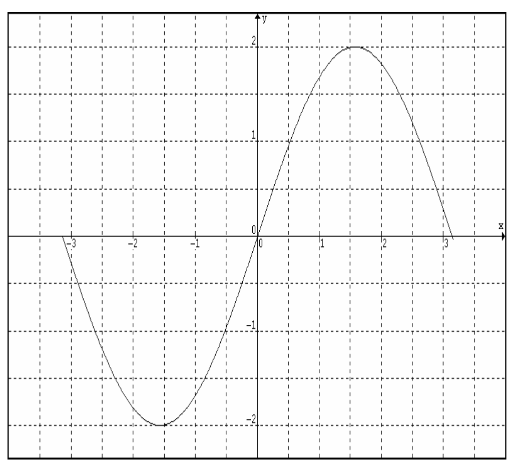
d)



e)

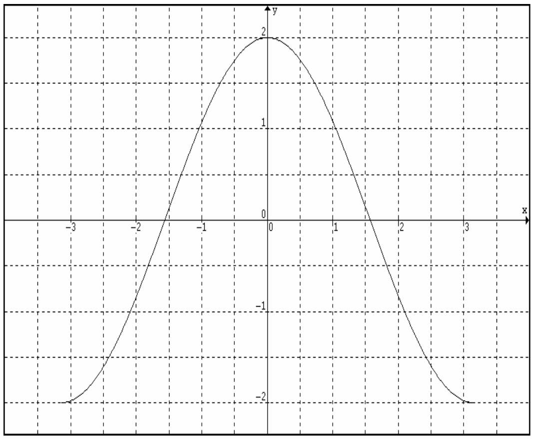


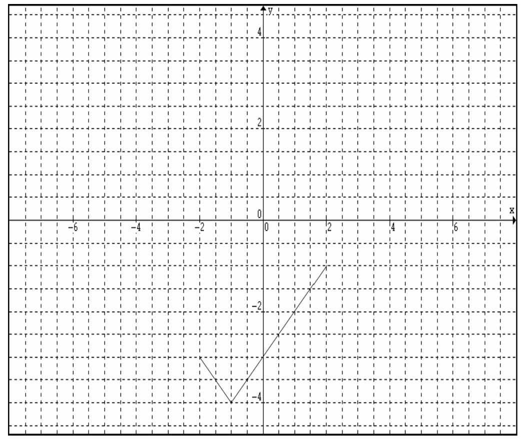
f)



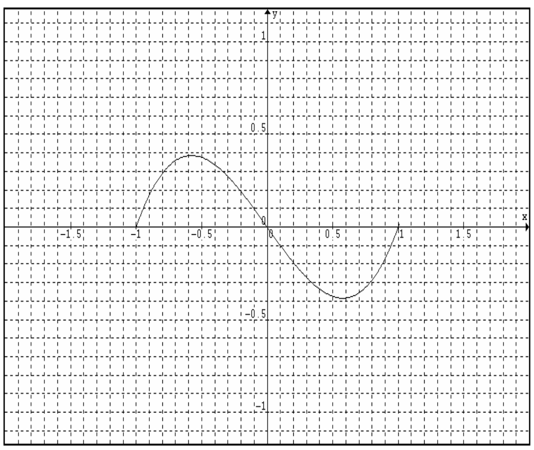
g)

h)

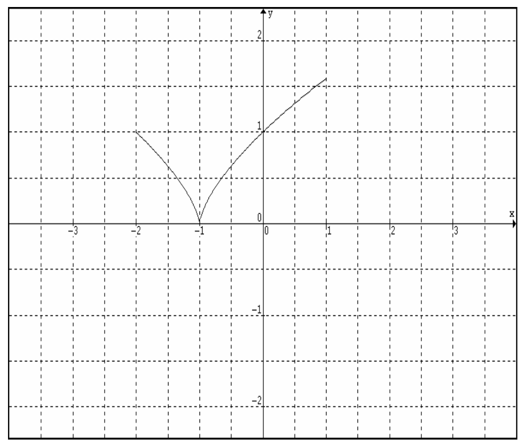




i)



j)



3. Recordando el teorema de Rolle, las condiciones que debe presentar f(x) para que cumpla tal teorema son las siguientes:

i)Continua en [a,b]

ii)Diferenciable en (a,b)

iii)f(a)=f(b)=0

¿Cuál de estas condiciones no se cumple en las siguientes funciones? Luego halle un valor adecuado para que c cumpla la conclusión del teorema de Rolle.

$a)\ f(x)=\dfrac{x^2-1}{x} \qquad x:[-1,1] \qquad\qquad R: i)$

$b)\ f(x)=-x^2+1 \qquad x:[-1,1] \qquad\qquad R:\ c=0$

$c)\ f(x)=x^3-2x^2-x+2 \qquad x:[1,2] \qquad\qquad R:\ c=\dfrac{4+\sqrt{28}}{6}$

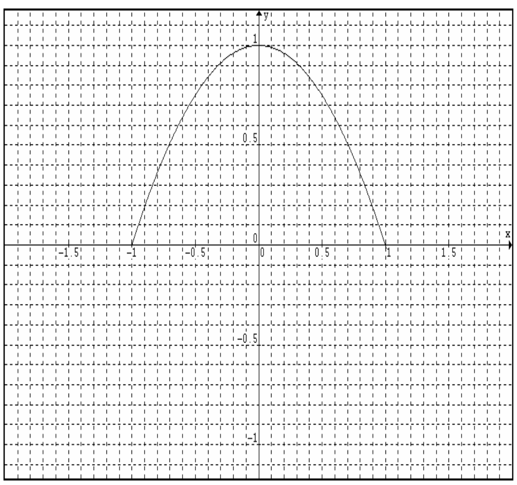
$d)\ f(x)=sen(x/2) \qquad x:[0,\pi] \qquad\qquad R:\ iii)$

$e)\ f(x)=\sqrt{x^2-4} \qquad x:[-2,2] \qquad\qquad R: i)$

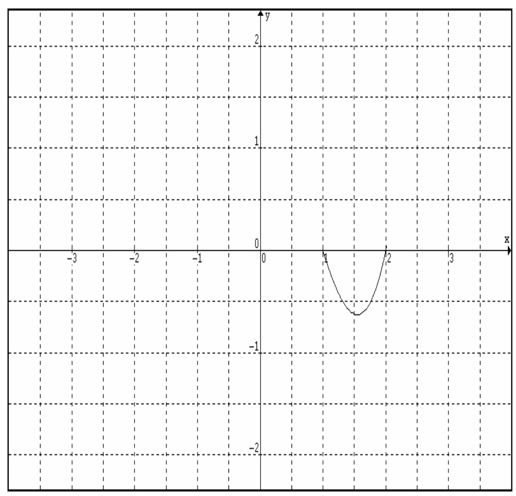
$f)\ f(x)=x^3-2x^2+1 \qquad x:[-1,1] \qquad\qquad R:\ iii)$

Gráficas:

b)



c)



4. El teorema de valor medio presenta las siguientes condiciones para f(x):

i) Continua en [a,b]

ii)Diferenciable en (a,b)

¿Cuál de estas condiciones no se cumple en las siguientes funciones? Luego halle un valor de c.

$a)\ f(x)=3x^3+x^2-x; \quad x:[-2,2] \qquad R: c=\dfrac{-2+\sqrt{436}}{18}$

$b)\ f(x)=\sqrt{4-x}; \quad x:[1,3] \qquad R: c=4-\left[\dfrac{1}{-1+\sqrt{3}}\right]^2$

$c)\ f(x)=(x-2)^{3/2}; \quad x:[0,2] \qquad R: i)$

$d)\ f(x)=\dfrac{1}{x-1}; \quad x:[3,5] \qquad R: c=\sqrt{8}+1$

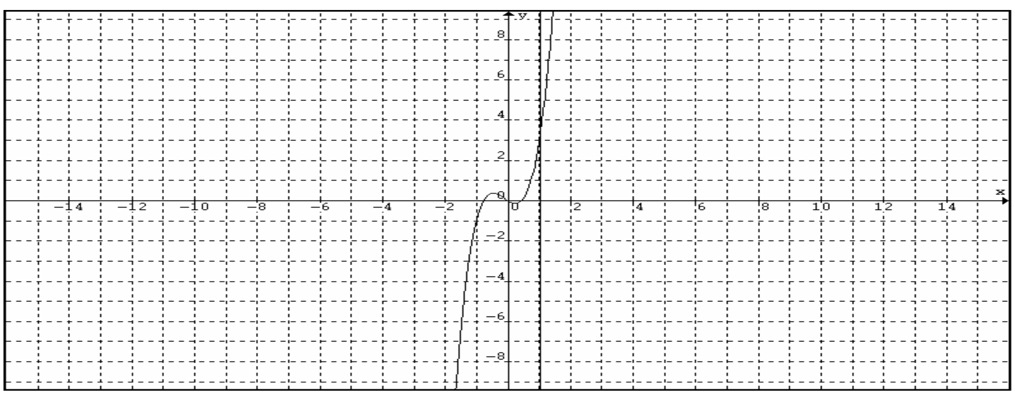
$e)\ f(x)=\sqrt{1+\cos x}; \quad x:[-\pi/2,\ \pi/2] \qquad R:\ c=0$

$f)\ f(x)=\dfrac{x^2+4x}{x-7}; \quad x:[2,6] \qquad R: c=-\sqrt{5}+7$

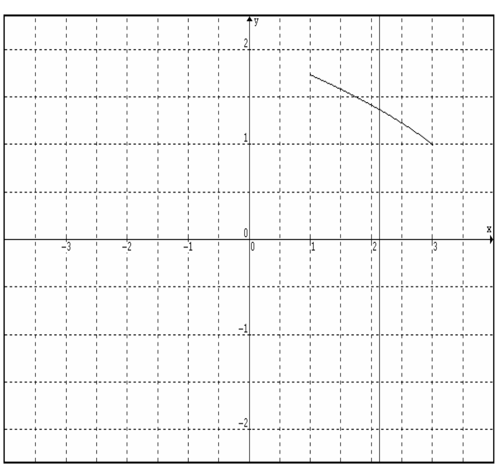
Gráficas:

Nota: la recta vertical es el valor x=c, valor medio de la curva en el intervalo dado.

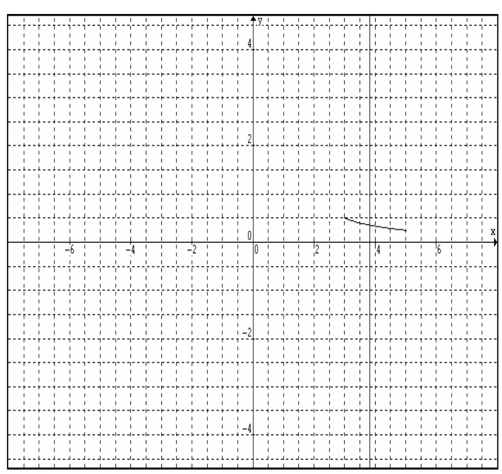
a)



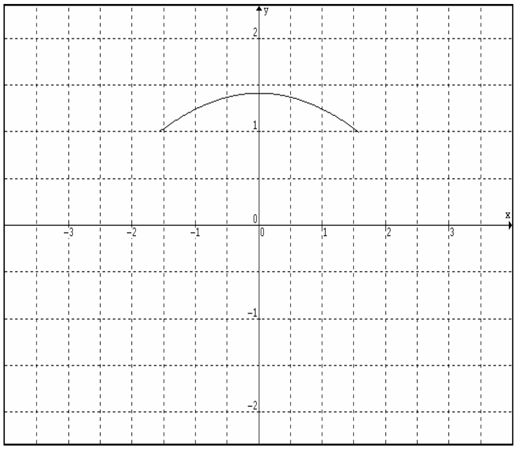
b)



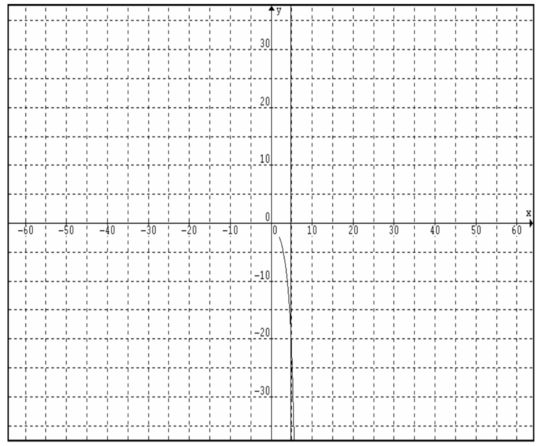
d)



e)

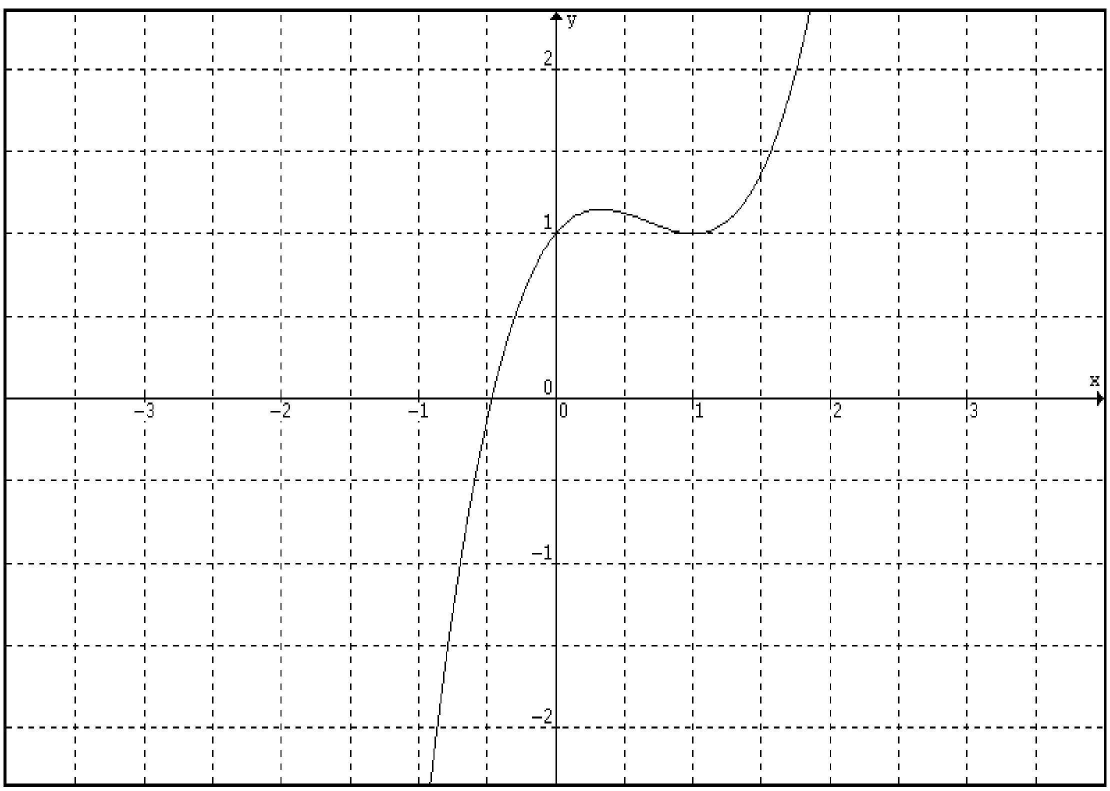


f)



5. Grafique $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$ y halle el punto de corte con el eje x, aplicando el método de Newton-Rapson hasta la tercera iteración.

R: x = -0,465



6. Analice y grafique:

$a)\ y = \dfrac{x^2+1}{x}$

$R:\ Asíntota\ Vertical\ \ x=0,\quad máx.\ rel.\ x=-1,\ \ mín.\ \ rel.\ \ x=1$

$b)\ y = x^3 - 2x^2 + x$

$R: mín.rel.\ x=1,\ \ máx.\ rel.\ x=1/3,\ \ P.I.:\ x=2/3$

$c)\ y=\sqrt{x^2-4}$

$R: Use\ dom,\ \ mín.\ \ rel.\ \ x=2\ \ \ y\ \ \ x=-2$

$d)\ y = x^5 - 3x^3$

$R:\ máx.rel.\ x=-3/\sqrt{5},\ \ mín.\ rel.\ x=3/\sqrt{5},\ \ P.I.:\ x=\pm\sqrt{18/20}\ \ y\ \ x=0$

$e)\ y = 3x^3 + x^2 - x + 1$

$R: máx.\ rel.\ x=\dfrac{-2-\sqrt{40}}{18},\ \ mín.rel.\ x=\dfrac{-2+\sqrt{40}}{18},\ \ P.I.:\ x=-1/9$

$f)\ y = \left|4-x^2\right|$

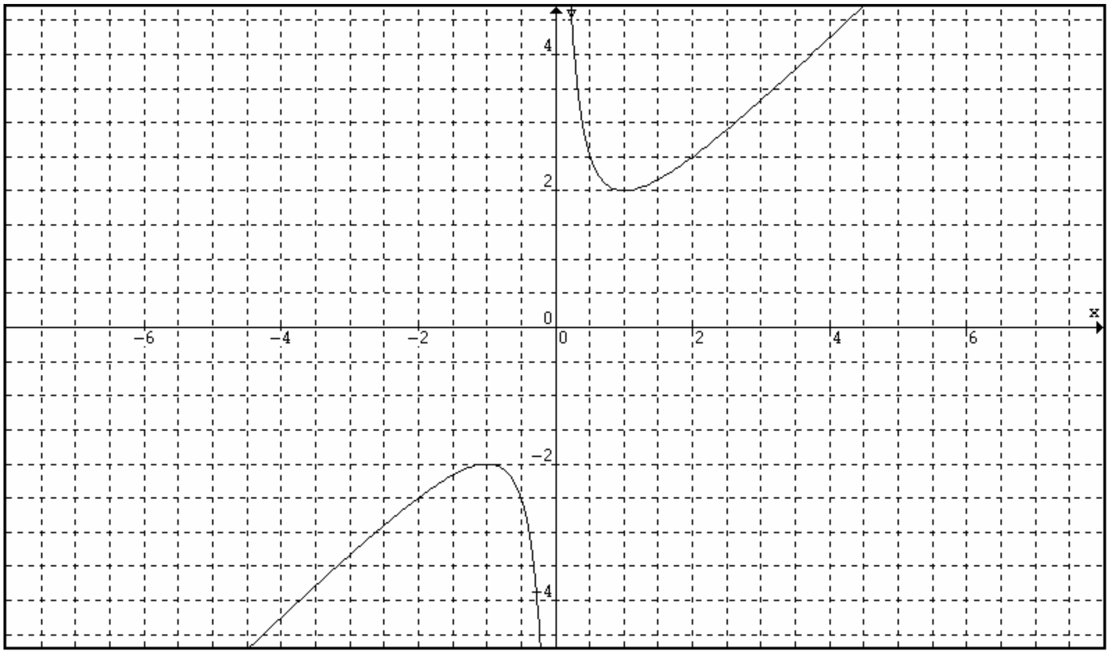
$R:\ máx.\ rel.\ x=0$

$g)\ y=\dfrac{\sqrt{x-1}}{x}$

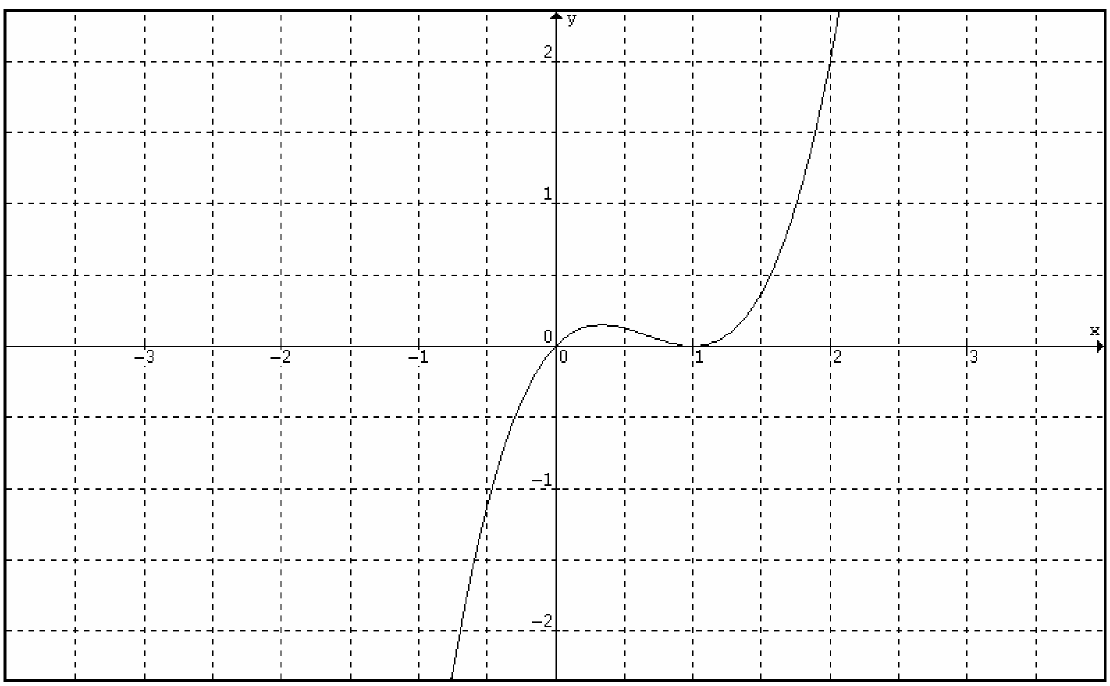
$R:\ Asíntota\ Vertical\ \ x=0,\ \ máx.\ \ abs.\ \ x=2$

$h)\ y=\dfrac{x^2}{x^2-4}$

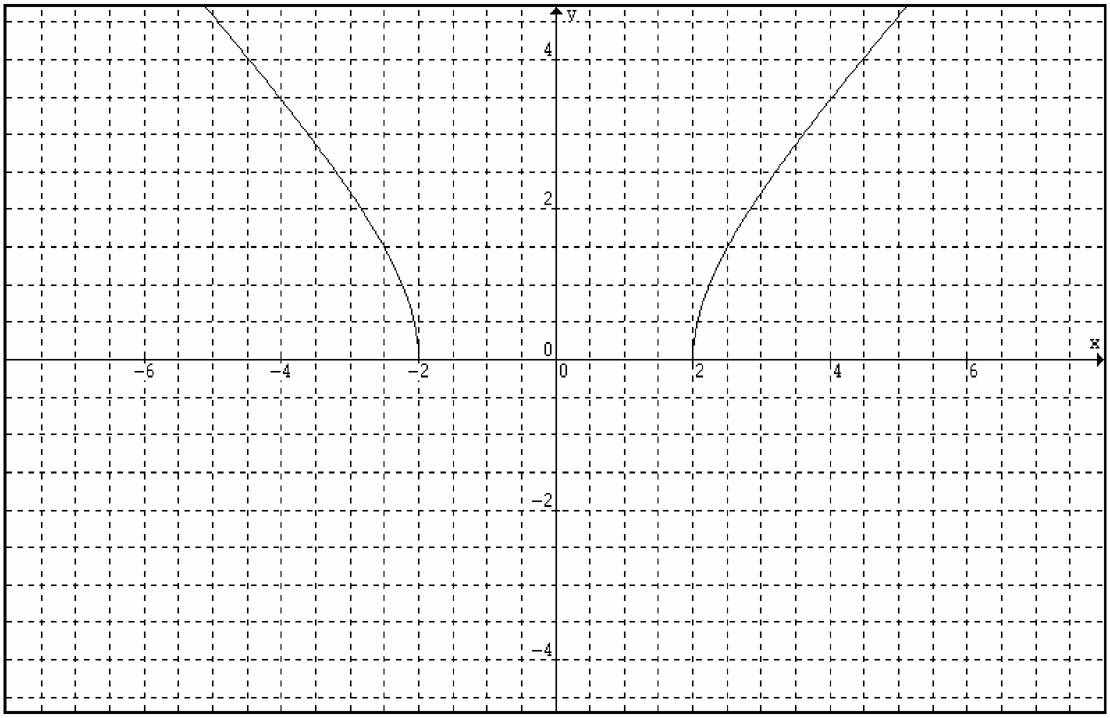
$R:\ Asíntota\ \ Vertical\ \ x=\pm 2,\ \ máx.\ rel.\ x=0$

a) 

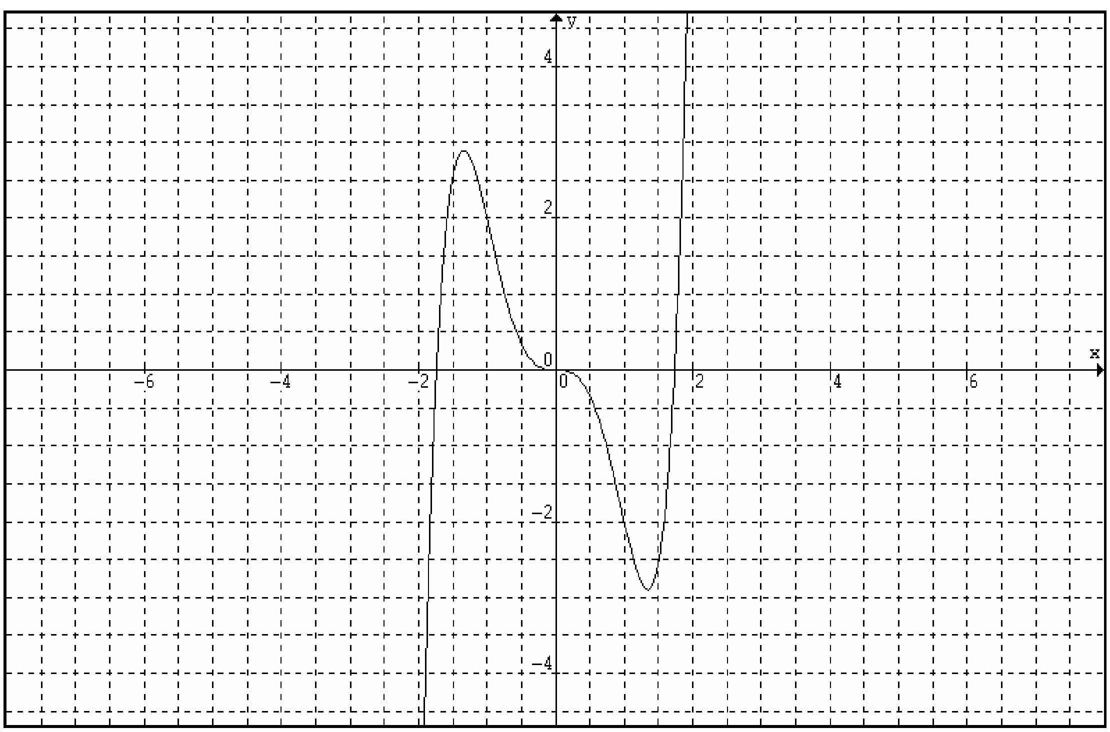
b)



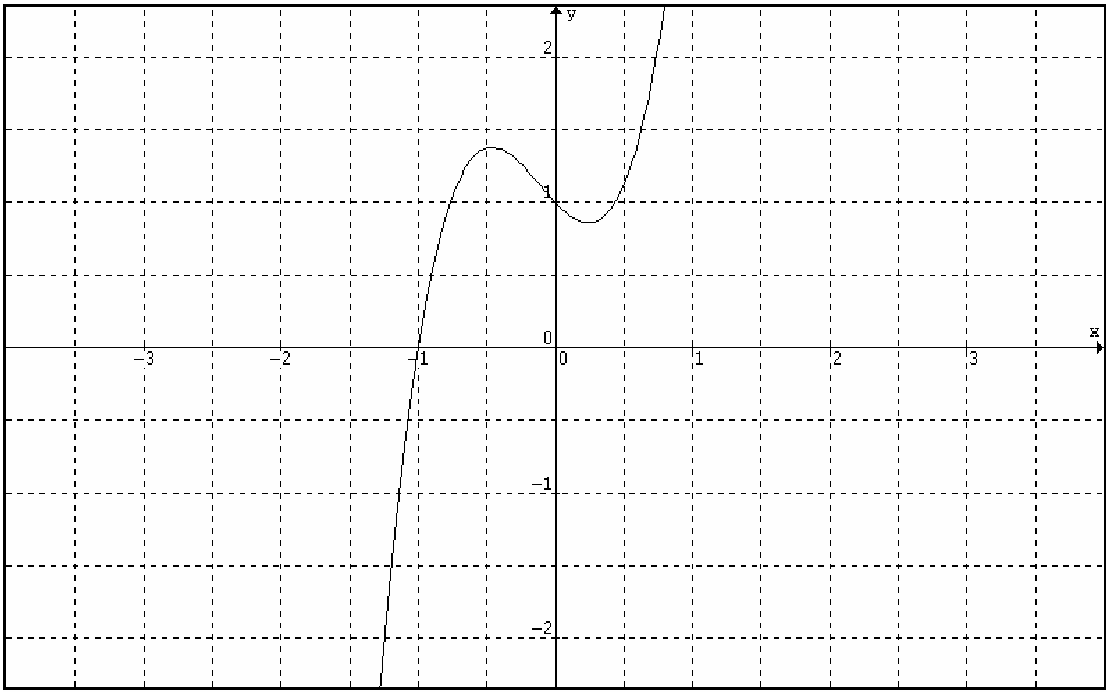
c)



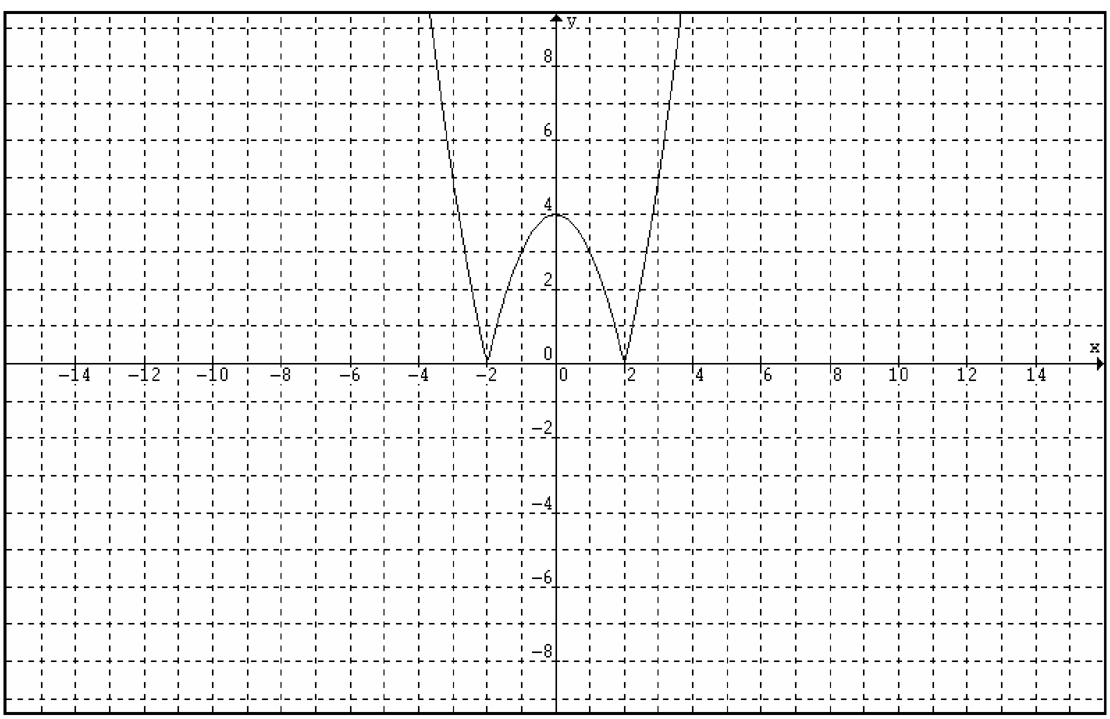
d)



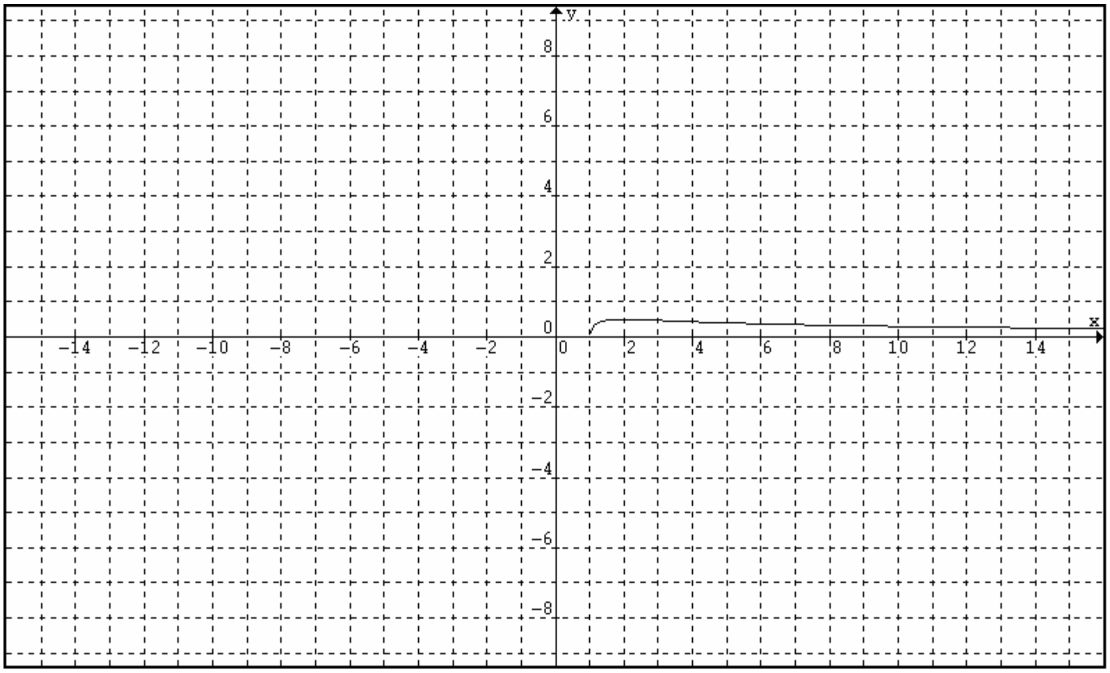
f)



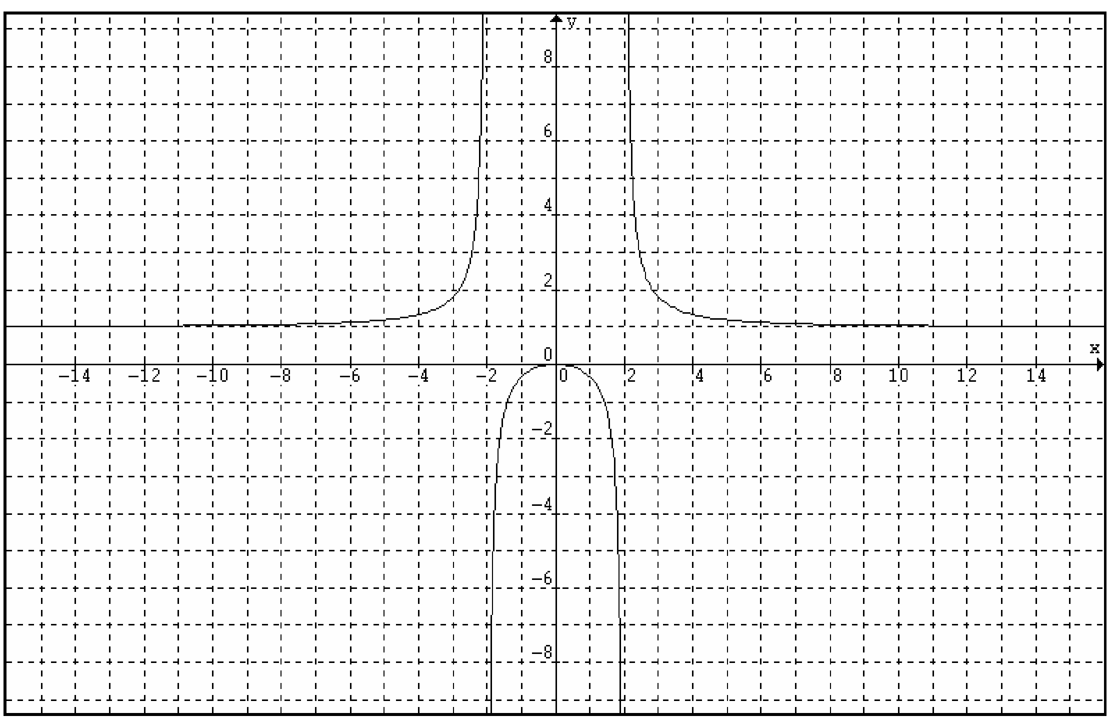
g)



h)


y
x
8
6
4
2
0
-2
-4
-6
-8
-14
-12
-10
-8
-6
-4
-2
0
2
4
6
8
10
12
14

i)


y
x
8
6
4
2
0
-2
-4
-6
-8
-14
-12
-10
-8
-6
-4
-2
0
2
4
6
8
10
12
14